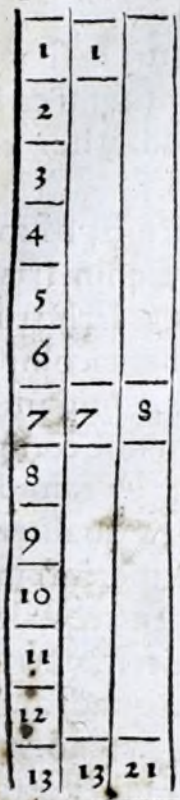
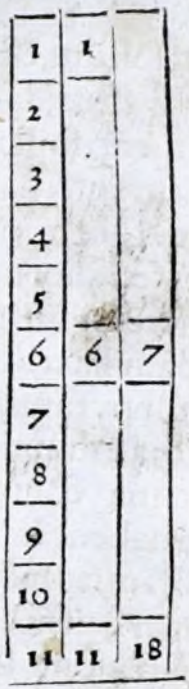

M.D.LXIII

Pro Bibliotheca
Conuentus Crasnobo
densis Ord
Prædicatorum.
1764

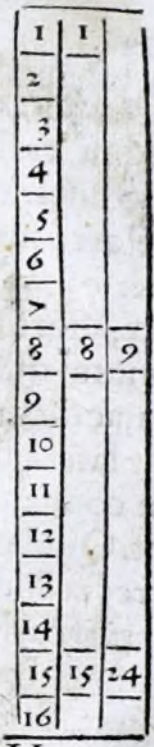
niendo obmittũtur quatuor numeri. In Octogono quinq;. In Hennagono ſex. De inſimili numerorũ obmittẽdorũ modo quotquot uolueris ſpecies elicies. ut,



Octogoni



Heptagoni



Hennagoni

## DE NVMERO SOLIDO.
## Cap. XXIIII.

NVmerus solidus est, qui per suas unitates digestus, longitudini & latitudini crassitiem superaddit, hoc est, trino distenditur interuallo.

Porrò numerorum in altum positorũ diuersę sunt bases: aliorum etenim triangulæ, aliorum tetragonæ, &c. Et horum omnium quidam latera habent complicata, ac dicuntur pyramides. Quidam habent latera usq; ad summum siue conum non conuenientia, & curtæ Pyramides sunt. Quidam habent latera æqualiter & surrecta & distantia, hiq; superiorem & inferiorem superficiem habent æqualem: è quibus basis trigona si fuerit, serrati les sunt. Si secundum basim quadrangulam in omnes dimensiones extendantur æqualiter, cubi uocantur. Habentes autem

tem latera æquidistanter erecta & bases pentagonos plurimumúe angulorũ appellantur columnæ. Deniq; quidam dimensiones omnes non ex æquo distribuunt, quorum alij dicuntur Laterculi, alij Asseres, alij Cunei, alij Parallelepipedi.

Basis est linea iacens. Conus est surrecti corporis summitas, & in numero solido uertex est & unitas.

## DE PYRAMIDE.

## Cap XXV.

PYramis numerus solidus est cuius latera ab aliquo numero plano ad summũ usq; leuantur. Et hæc à Trigono Trigona, Tetragona à Tetragono, &c. denominatur ut.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | |
| Pyramis | 3 | 4 | Pyramis |
| Trigona | 6 | 9 | Quadrata |
| | 10 | 16 | |

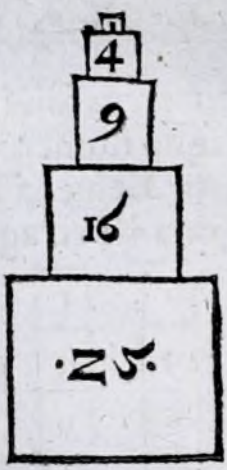
## ARITHMETICES
## INVENTIO PYRAMIDIS.

Trigoni in ſummam collecti Pyramides conſtituunt Trigonas. ut,

| Trigoni | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pyramides | 4 | 10 | 20 | 35 | 56 | 84 | 120 | |

Quadrati ad ſe inuicem additi Quadrangulos Pyramides colligunt. Pentagoni Pentagonas, &c. ut,

| Pentagoni | 1 | 5 | 12 | 22 | 35 |
|---|---|---|---|---|---|
| Pyramides | 6 | 18 | 40 | 75 | |



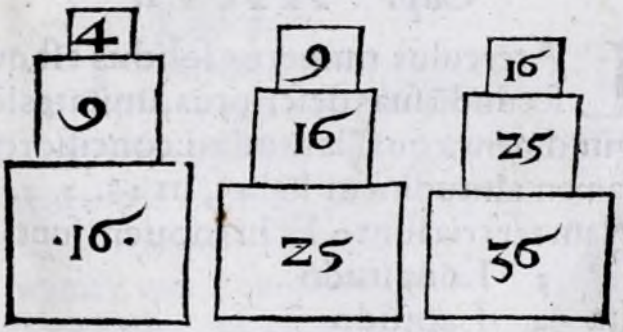

| Quadr. | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pyram. | 5 | 14 | 30 | 55 | 91 | |

pyramidis ergo ſpecies ſunt { Trigona / Quadrata / Pẽtagona

Pyramis perfecta eſt cuius latera ad unitatem uſq; leuantur.

Pyramis imperfecta cuius laterum erectio conum, ut unitatem non attingit. Et alia eſt Curta, alia Biſcurta, alia Tricurta, &c.

Pyramis curta eſt cui in erectione monas deeſt. Biſcurta, quæ & monade & plano numero unitati proximo deſtituitur. Tricurta eſt, cui cum monade duo plani deſunt. Et ſic de cæteris. ut,




Curta. Biſcurta. Tricurta.

PROPRIETATES.

Pyramidum denominatio ex plano numero est.

Omnis numeri solidi principium Pyramis est.

Cuiusuis Pyramidis basis numerus planorum maximus est.

Quotlibet Trigoni æquales in altum compositi. Serratilem producunt.

Omnis Serratilis Pyramide suæ basis duobus altior: eidem triplus esse probatur.

## DE LATERCVLIS. Cap. XXVI.

LAterculus numerus solidus est qui secundū suas descriptus, unitates lōgitudinem æquat latitudini: concisiorem tamen altitudinem habet, ut 18. 3. 3. 2. Nam ter tria sunt 9. Et bis nouem sunt 18.

Ita 3 Longitudo
3 Latitudo
2 Altitudo.

Pro-

PROPRIETATES.

Altitudo laterculi cæteris dimensionibus unitate minor existens, æquipollet altera parte longiori, Quòd si plus unitate minor fuerit, æquiualebit Antelongiori.

DE ASSERE.

## *Cap* XXVII.

ASser numerus solidus est, cuius altitudo longitudine & latitudine æqualibus, maior est. ut, 1. 2. 2. 2. 3. Nam bis duo sunt 4. Et ter quatuor sunt 12. hoc modo.

2 Longitudo
2 Latitudo
3 Altitudo

PROPRIETATES.

Asseris profunditas cæteris interualli sunitate tamen maior si fuerit, Altera parte longiori respondet: at plusquam unitate cæteras dimensiones excedens, æquipollet Antelongiori.

Asser & Laterculus Altitudine pugnant.

## DE CVNEO.

## Cap. XXVIII.

CVneus seu Cuneolus numerus solidus est, qui quum secundum suas unitates rite disponitur, dimensiones omnes habet inæquales. ut, 24. Cuius latera sunt, 2. 3. 4. Nam bis tria sunt 6. Et quater sex sunt 24. hoc modo.

2 Longitudo
3 Latitudo
4 Altitudo

Dicēdum igitur est, bis tria quater.

### PROPRIETATES.

Cuneus opponitur Cubo.

## DE PARALLELEPIPEDO.

## Cap. XXIX.

PArallelepipedus est solidus numerus, qui numeris planis quidem & æquali

æquali unitatum interuallo ſeparatis, ſed nec prorſus æqualibus nec prorſus inæqualibus continetur 18. cuius latera ſunt 2. 3. 3. Nam bis tria ſunt 6. Et ter ſex ſunt 18. hoc modo.

2 Longitudo
3 Latitudo
3 Altitudo

Dicendum ergo bis tria ter.

Cæterum Parallelepipedus ſex modis poteſt euariari, quorum primus eſt quum longitudo minor eſt: æquales autem cæteræ ut 18. cuius latera, ut paulo prius dictum eſt, ſunt 2. 3. 3.

2 Longitudo
3 Latitudo
3 Profund.

Dicendum ergo bis tria ter.

Secundus eſt longitudine exiſtente maiore, cæteræ ſunt æquales. ut 12. cuius latera ſunt 3. 2. 2. Nam ter duo ſunt 6. Et bis ſex ſunt 12.

| | | |
|---|---|---|
| 3 | Longitudo | Dicendum ergo |
| 2 | Latitudo | ter duo bis. |
| 2 | Profund. | |

Tertius fit per minorem latitudinem & per longit. ac Altitud. æquales ut 18. cuius latera sunt 3. 2. 3. Nam ter duo sunt 6. Et ter sex sunt 18. Ita,

| | | |
|---|---|---|
| 3 | Longitudo | Dicendum ergo, |
| 2 | Latitudo | ter duo ter. |
| 3 | profun. | |

Quartus est quum longitudine profunditateq; æqualibus latitudo maior est, ut, 12, Cuius latera sunt 2. 3. 2. Quia bis

bis tria sunt 6. Et bis sex sunt 12. Hoc modo.

| | | |
|---|---|---|
| 2 | Longitudo | Dicendum ergo, bis tria bis. |
| 3 | Latitudo | |
| 2 | Profund. | |

Quintus est quum profunditas minor est æqualitate longitudinis & latitudinis, ut 18. cuius latera sunt, 3. 3. 2. Quia ter tria faciũt 9. Et bis nouem sunt, 18. Sic

| | | |
|---|---|---|
| 3 | Longitudo | Dicendum ergo, ter tria bis. |
| 3 | Latitudo | |
| 2 | Profund. | |

Sextus

Sextus est quum æqualitatem longitudinis & latitudinis profunditas excedit ut. 12. cuius latera sunt. 2. 2. 3. Siquidē bis duo sunt 4. Et ter quatuor sunt 12. Hoc modo.

| | | |
|---|---|---|
| 2 | Longitudo | |
| 2 | Latitudo | Dicendum ergo bis duo ter. |
| 3 | Altitudo | |

PROPRIETATES.

Parallelepipedi in infinitum extructi, non conueniunt.

Vnde & à pyramide manifeste differunt.

Omnis numerus solidus, Pyramide dempta, æquidistantibus superficiebus continetur.

Non tamen omnis numerus solidus Parallelepipedus est.

Parallelepipedus à Cuneo pariter & Cubo differt.

Sextus

Sextus Parallelepipedis modus est, ut asser.

## DE CVBO.

## Cap. XXX.

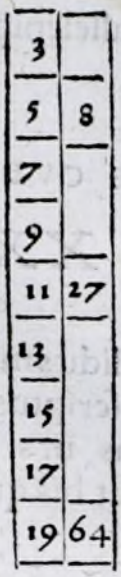
CVbus est solidus numerus planis & æquis sex descriptus, dimẽsiones oẽs in se habens æquas, ut 8. sunt 2. 2. 2. Nam bis duo sunt 4. Et bis quatuor sunt 8. Hoc pacto,

2 Longitudo
2 Latitudo
2 Altitudo

Dicendũ igitur bis duo bis.

### INVENTIO CVBI.

Digestis à ternario imparibus, si duo priores: post ea tres, deinde quatuor, &c. coniungantur Cubos proferent. ut,




A L I A.

Omnis numerus in se bis ductus Cubum statuit, ut Bis duo bis, sunt 8. Ter tria ter, sunt 27. Quater quatuor quater sunt 64. Quinquies quinq; quinquies sunt 125. De hac re uide numeri practici caput X.

PROPRIETATES.

Cubus in cubum ductus, Cubum procreat.

Cubus

Cubus in non cubum ductus, non cubum gignit.

Cubus non cubum numerans, secundum non Cubum ipsum numerat.

Si Cubi commẽsurabiles fuerint & eorundem latera.

Numerus habens se ad cubum ut cubus ad cubum, Cubus est.

Si numerorum ab unitate continuè proportionalium secundus ab unitate fuerit Quadratus, omnes erunt quadrati, quot si idem fuerit Cubus, & cæteri cubi erunt.

Si Quadratus fuerit Cubus, Latus Quadrati Cubus erit, latus uero Cubi, Quadratus.

Omnium duorum solidorum proportio unius ad alterum est: sicuti Cubi ad Cubum.

Ex ductu Cubi in altera parte longiorem, nunquam producitur Cubus.

De

## DE NVMERO CIRCVLARI. *seu potius Sphærico.*

## *Cap. XXXI.*

NVmerus Circularis est cuius latus in se quum ducitur, in se quoq; redit. ut, 5. Nam quinquies quinq; sunt 25. Ita & 6. quia sexies sex sunt 36. Ita uero dictus est, quod in eũ terminetur & redeat numerum per quẽ multiplicatus est: instar circuli cuius circumferentia in idem circumducitur punctum. Idem & Sphęricus, & forsitan aptius appellatur à Sphæra in qua superficies, quæ una tantum est, in se ipsam reuertitur.

Hactenus de numerorum Theorijs, nunc de eorundem Praxi.

De

## DE NVMERORVM *Praxi. Cap. I.*

NVmerorum praxis nihil aliud eſt, quàm numeri ad aliquod opus facta per ſupputationē accōmodatio. Eſtq; duplex, una quæ ſcripto, altera quæ fit calculis, illam Figuralē hāc Linealē: ambas uno nomine Algorithmum uocant.

Figuralis autem eſt cuius numeri notis, & characteribus Arithmeticis repræſentantur. Characteres quibus omnis numerus exprimitur, ſunt decem diſtincte & ſigillatim poſiti. ut, 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0. Hæc poſtrema ſola, & per ſe nihil quidē ſignificat, aliis aūt adiuncta ſi fuerit ſignificatū auctius reddit. Figuram nihili, circulum & à סְפַר fortaſſis zyphram nominant. His decem characteribus Latini numerāt. Hebræi uero & Græci ſuas ad exprimendū numerum literas accommodant. ſunt & aliæ numerorum figuræ quas ſequens typus demonſtrat.

DIGITI

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | α | א | I |
| 2 | β | ב | II |
| 3 | γ | ג | III |
| 4 | δ | ד | IIII |
| 5 | ε | ה | V |
| 6 | ς | ו | VI |
| 7 | ζ | ז | VII |
| 8 | η | ח | VIII |
| 9 | θ | ט | IX |

ARTICVLI

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 | ι | י | X |
| 20 | κ | כ | XX |
| 30 | λ | ל | XXX |
| 40 | μ | מ | XL |
| 50 | ν | נ | L |
| 60 | ξ | ס | LX |
| 70 | ο | ע | LXX |
| 80 | π | פ | LXXX |
| 90 | ϟ | צ | XC |
| 100 | ρ | ק | C |
| 200 | σ | ר | CC |
| 300 | τ | ש | CCC |
| 400 | υ | ת | CCCC |
| 500 | φ | ךָ | D |
| 600 | χ | ךָך | DC |
| 700 | ψ | ךָךָ | DCC |
| 800 | ω | ךָךָך | DCCC |
| 900 | ϡ | ךָךָךָ | DCCCC |
| 1000 | α | ךָ | M |

| | | | |
|---|---|---|---|
| II | Iα | ר | XI |
| I2 | Iβ | ב | XII |
| I3 | Iγ | ג | XIII |
| I4 | Iδ | ד | XIIII |
| I5 | Iε | ה | XV |
| I6 | IS | ו | XVI |
| I7 | IZ | ז | XVII |
| I8 | IH | ח | XVIII |
| I9 | Iθ | ט | XIX |

Cap. II.

NVmerus practicus est triplex. Digitus est omnis denario inferior, ut, 123456789. Articulus est omnis in decem partes æquas diuisibilis, ita ut peracta diuisione nihil remaneat. ut, 10. 20. 30. 100. 110. 1000. &c. Compositus siue Mixtus

est qui digito & articulo constat, ut, 11, 12. 21. 22. Et sanè omnis numerus inter duos proximos articulos comprehensus compositus est.

## Cap. III.

NVmeri practici species numerantur septem: Numeratio, Additio, Subtractio, Multiplicatio, Diuisio, Progressio, & radicum inuentio.

## DE NVMERATIONE.

## Cap. IIII.

NVmeratio est cuiusuis numeri per suas figuras depictio. Hæc docet numerum propositum signare atq; signatum ritè exprimere.

Ad hanc numerorum speciem præcipuè duo necessaria sunt, ordo scilicet, & locus. Ordo quidē eo enim retrogrado. .i. à dextra sinistram uersus numerando ferè in Mathematicis utimur, traduntautores

tores huius artis, Arabes eo modo suas, ut Hebræos suas depingere literas, vnde gentis forsitan autoritate sumpta, is ordo hactenus obseruatur. Locus deinde numerationē promouet, quælibet enim figura in primo loco (ordine retrogrado seruato) posita semel, hoc est, simpliciter se significat, ut 1. in secundo decies. ut 10. decem. 30. triginta, 40. quadraginta. 80. octoginta, quia octuaginta Vallane gat dicendum. In tertio loco centies, ut, 100. centum. 300. trecenta. 400. quadringenta, 800. octingenta, &c. In quarto deniq; loco millies, ut 1000. mille. 3000. tria millia, 4000. quatuor millia, 8000. octo millia. Proinde hic numerus 1118. significat, mille, centum, decem & octo, tot enim annis post natum Christum, elapsis condi cæpit Friburgum à tertio Berestol do duce Zaringiæ. Quòd si plures adsint figuræ, tum quarta ut prima millenaria ponitur. Quinta denaria mille-

naria, sexta centenaria millenaria, octa-
ua decies millies millenaria. Fit autem
istec Progressio sic ut sequentis, ad im-
mediate anteuertẽtem ratio sit decupla.
Vnde Placentinus secundũ Græcos ita
disponit, nempe quod in prima regione
siniſtram uersus numerus dicatur Mo-
nadicus, in secunda Decadicus, in tertia
Hecatondadicus. In quarta mille reside
at. In quinta decies mille, siue Myrias. In
sexta denæ myriades. In septima centies
denæ myriades. In octaua mille myria-
des. In nona deniq; dena millia Myria-
dum. Notandum etiam hoc loco uete-
res ultra sextã regionẽ, hoc est, centena
millia rariſſime progressos esse, Xerxis
Persarum regis terrestrem exercitũ nu-
mero fuisse centum septuaginta Myria-
des, id est, decies septies cẽtena millia te-
statur Herodotus. Præterea Darius, te-
ste Q. Curtio in bellũ duxit. 107200.
hoc est, decies cẽtena millia septuaginta
unum

unum millia & ducentos, viris mulieribus, Spadonibus & liberis connumeratis. In sacris Numerorum libris legimus omnes filios Israel ad bellum aptos, & viginti quatuor annos habentes fuisse numero 603550. Apud Ciceronem Accusationum in C. Verrem tertio legitur sequēs is numerus 1545416. Hoc est, quin decies cētena quadraginta quinq; millia quadringenta & sedecim. Item 2235416. Id est, uicies bis centena, triginta quinq; millia, &c. Præterea in Marcrobio legimus ita 4806000. Id est, quadragies octies cētena millia. Et 3017 6000. Hāc summam ita uertere licet trecēties & semel centena septuaginta millia. Hæc breuiter quidem & concinnè dicuntur omnia: breuius autem nonnulli numerationem instituisse uidentur, ut pro decies Sestertium, decies centena millia Sestertiorum.

Numerationis difficultas in latina pronunciatione sita esse uidetur. Itaq; numeros caute exprimamus, ne aut cum Albanis inscitiæ, aut cum Coræbo stoliditatis incusent nos, quibus nihil, quod syncerum est, placet. Numeros itaq; ad centena millia referas, Hoc est omnium excedentium prolationem ad centena millia disponas, ut, 100000. secundum crassam vulgi latinitatem essent mille millia, quæ tamen multo latinius & tersius dixeris, decies centena millia. Ita quoq; exemplum de numerosissimo Xerxis exercitu paulò prius deductum ex interpretatione Budæi, continet decies septies centena millia. Fit autem istec numerorum expressio commodissime per aduerbia.

Hoc loco operæ preciũ est ad unguem nosse veram prolationem Cardinalium, Distributiuorum nominũ, Ordinis, Relatiuorum numeralium, Multiplicatiuorum à relatiuis uenientium, Aduerbiorum

rum numerandi, quorundam denicq; in Arius & Anus finientium. Inter hæc alia ueniunt integre, alia uero syncopata.

Hactenus de illis quæ in recta prolatione obseruari debent.

## CANON GENERALIS *exprimendi numerum.*

Generalis circũfertur regula qua primum huius rei penitus rudes ceu bacillo innixi vtantur, in ea tamen diu immorari non velim. Principio sumantur tres priores ex Alphabeto literæ scilicet, a, b, c. Deinde supra primam figuram ponatur a, supra secũdam b, supra tertiam c, quarta habeat rursus a, quinta b, sexta c, &c. eo modo ut singulæ figuræ harum literarum unam supra se habeant, quo facto, omne a (dempto primo) millenarium repræsentat, omne b, numerum significat infra centum, omne c, centum. vbi ue

roa & b conueniunt, simul exprimantur, nisi b, sub se zyphram habeat. ut,

b a c b a c b a
6 4 1 8 2 3 4 6

Sexcenties quadragies semel centena millia, octoginta duo millia, trecēta, quadraginta sex. Ita,

c b a c b a
6 8 3 4 0 8

Sexcenta millia, octoginta tria millia, quadringenta & octo.

Alia regula est, ut supra quartū quemque characterem punctus locetur.

## DE ADDITIONE
## Cap. V.

ADditio est numerorum propositorum in unam summam collectio. Hanc alij compositionem uocant.

In additione duo numerorum ordines sunt, primus qui & superior, & Numerus, cui fit additio nuncupatur. Alter

ter ſuperiori ſecundum ſuas figuras directe ſubſcribitur, & dicitur inferior ſiue numerus addendus In ordinibus autē prima figura dicit quæ ordine retrogrado ſeruato, prima eſt. Itaq; ſi duos numerorum limites, in unam ſummam colligere uolueris, primam figuram ordinis inferioris, ſub primam ſuperioris directe ponas, ſecundā ſub ſecunda, tertiam ſub tertia, &c. Quo facto lineam ſub numero addendo ducas, ſub quam numerus productus ex additione limitum ſcribatur. Addatur ergo prima inferior primę ſuperiori & numerum ex Additione factum, directe ſub lineam ponas.

Deinde ſecundam inferiorem ſecūdæ ſuperiori ſimiliter adiungas, & productum ſub inferiorem & lineam ponas. Eodem modo & cum cæteris agas. Et hoc uerum eſt, ſi ex additione inferioris ad ſuperiorem producitur numerus unico charactere ſcribenbus. ut,

624 Numerus cui fit additio.
362 Numerus addendus.
986 Numerus collectus.

Si vero ex Additione proueniat numerus duabus figuris scribendus, prima scribatur, altera teneatur mente uel tabula, & proximæ figuræ Numeri addendi iungatur, ut,

4682
3292
I vnitas,
7973

Figuræ supputatæ non sunt delendæ sed transuersis signandæ virgulis, ut errore facto numerus nō abolitus recognosci possit, ut,

6 4 2
3 3 4
9 7 6

Numerus addendus pauciores interdum habet figuras quâm numerus cui fit

additio, vocaturq; istec additio truncata siue concisa. In hac superiores figuræ quibus nulla ex inferioribus correspondet sub lineam ponantur, ut,

8 4 2 3 1
6 5 2

8 4 8 8 3.

Si in superiore dūtaxat zyphra fuerit, inferioris figura sub lineam ponatur. ut,

8 0
1 4

1 0 4

Si autem inferior circulus sit superioris ordinis, character subscribatur. ut,

8 4
1 0

4 9

Porro utraq; zyphram habēte, zyphra subscribatur. ut, 5 0
4 0

9 0

In fine character non seruatur sed scribi

scribi debet, ut,

888
244
1123

## DE EXPERIENTIIS siue probationibus.

EOrum omnium quæ iam de Additione diximus, omnium item quæ de Subtractiõe, Multiplicatione & diuisione dicemus, certitudinem siue experient ã tribus modis accipere poteris. Eamq; experientiam dicimus, quam alij probationem uocant. Probatur itaq; Additio per Subtractionem, per experientiam deinde nouenariam & septenariam. De subtractione agam sequenti capite. Nũc autem de cæteris probationum formulis.

Compo-

## COMPOSITIO PROBAE. Nouenariæ.

Principio fiat duarum linearum inter sectio per modum crucis in hũc modum. X In huius interſectionis angulos nume ri locandi ſunt. Notandum autem in pro ba Nouenaria omnes figuras, quocun que loco poſitæ ſint, numerum digitũ re ferre. Iam igitur in ſuperiore numero (additio ſic probatur) debent nouẽ, quo ties poſſunt, abijci, & relictus (ſi quis eſt) numerus in angulum crucis obtuſum dextram uerſus ſcribi, Simili modo po ſtea cum addendo agendum erit: reli ctus autem (nouem adiectis) in oppoſi tum alterius numeri angulum ponatur. Hoc facto figuræ utriuſq; anguli cõiun gantur, & quod prouenit in ſuperiorem (nouem abiectis) ſcribatur angulũ, Huic denicq; relictus ex producto in inferio rem crucis angulum poſitus, æqualis ſit.

sit, Hæc omni (superioris uidelicet & inferioris æqualitas) sola experientia est & probatio. ut,

| | |
|---|---|
| 4 6 2 4 | 8 |
| 2 8 6 3 | 1 × 7 |
| 7 4 8 7 | 8 |

Quod si in proba Nouenaria relictus character sit nouem. Circulus pro proba in angulum ponitur. ut,

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 6 2 | 0 | 6 4 5 3 | 5 |
| 2 3 1 | 6 × 3 | 3 8 4 2 | 8 × 0 |
| 6 9 3 | 0 | 10 2 9 5 | 8 |

## COMPOSITIO PROBAE *Septenariæ.*

Quemadmodum in Nouenaria proba character 9. Ita in Septenaria 7. abiicitur. sed eo ut sequitur modo. Præscribendi sunt numeri, septem unitatibus se excedentes, quos septenarios uocare licet. Ita

cet. Ita 7.14.21.28.35.42.49.56.63. 70.77.84.91.98. Illis hoc ordine descriptis sumenda est proba in Additione primum de numero superiore, duæq; posteriores (ordine retrogrado seruato) figuræ primum sic absoluuntur. Copulantur in hac proba septenaria semper duæ proximę figurę, quarum prima digitum altera repręsentat articulum. Sumptæ uero figuræ ad septenarios statim cõferantur, inter quos si inuentæ fuerint, proba nulla erit. Quòd si inter eosdem non numerentur, colligenda est summa unitatum, quæ inter figuras est sumptas, & numerum in ordine septenariorum inferiorem. Distantia deinde collecta digito supraponatur prius accepto, & addita proximæ figuræ subsequenti, denarium refert. sicq; rursum duas habebis figuras ad septenarios conferendas, quas etiam ut priores, examina. eoq; modo ad finem usq; ordinis superioris agendum erit. Fi

nis autem proba tantum in angulum ponitur. Simili postea modo numerus addendus examinetur, cuius proba quoq; finalis oppositum angulum occupet. Has angulorum probas ambas iungito, & quod prouenit (abiecto septenario) in superiorem ponatur angulum, cui producti proba correspondeat, ut,

```
    3 4 6 3 1
  8 7 9 8 6 6
    0 6 6 1      2
  5 6 3 4 2 4    1X1
-----------------
    0 1 5 3 2    2
1 4 4 3 2 9 0
```

Si character 7. in fine relinquatur, zyphra ponenda erit in angulum, ut,

```
    2 3
  2 3 4
    4 4          0
  1 8 6          4X3
-----------
    0            0
  4 2 0
```

Si superior angul⁹ Circulū habuerit, eundē quoq; inferiorē habere necesse est, vt,

1 4
6 4 8
5 3 0
2 6 9 3X4
0 0
9 1 7

## DE SVBTRACTIONE, *Cap. VI.*

SVbtractio est numeri à numero ablatio. Hanc alij Subductionē nomināt.

In subtractione, ut Additione, duo numerorū ordines sunt. Superior, qui dicit numerus à quo debet fieri subtractio. Inferior superiori directe subiectus, qui uocatur numerus subtrahendus. Ex his duobus tertius elicitur numerus scilicet relictus sub lineam, ut in additione, ponendus.

Notandum tamen quod subtrahēdus ordini superiori, uel par uel ipso minor esse debet. Maior enim à minore subtrahi potest minime.

Subtrahere si velis numerorum ordines, ut in Additione obseruatum est. debito modo ponas, ita vt figura prima inferioris stet sub prima superioris, secunda sub secunda, tertia sub tertia, quarta sub quarta, &c. Quibus ita dispositis lineam subijcias, sub quam relictū scribas. Itaq; primam inferiorem à superiore prima subtrahas, & quod remanet, subtus lineā directe ponas. Deinde secundam à secunda, tertiam à tertia subducas & relictum vt prius, subscribas. Eodem modo & cum cæteris agas, ut,

8642
6431
---
2211

Si inferior maior sua superiore fuerit, distantiam inferioris à denario superiori addas, & productum sub inferiorem ponas. Et quotiescunq; distantia accipitur sequenti ordini vnitas addatur, ut,

632
516
---
116

Si figura cui vnitas additur, fuerit character 9. distantia nulla erit. Proinde superior inuariata subscribat, proximæq; sequenti, quasi distantia fuisset accepta, vnitas adiungatur, ut,

| | |
|---|---|
| 624 | 1000 |
| 295 | 999 |
| 329 | 1 |

Si character subtrahendi zyphra fuerit, superior simpliciter subtus lineam ponatur. Quòd si ambæ circulares sint, zyphra itidem supponatur, ut,

| | |
|---|---|
| 624 | 604 |
| 503 | 503 |
| 121 | 101 |

Si par à pari subtrahatur, zyphra habeatur pro relicto, in finem tamen zyphra nunquam ponitur, ut,

| | |
|---|---|
| 621 | 624 |
| 421 | 552 |
| 200 | 72 |

Est & alia uulgatissima quidem subtrahēdi ratio, vbi si subtractio fieri nequeat, vnitas à sequente superioris ordinis mutuo sumitur, ut,

4168
2176
---
1992

## DE PROBATIONIBVS *subtractionis.*

Experientia Subtractionis sumitur primo per Additionem velut oppositam speciem, ita, vt si subtrahendus additus fuerit relicto: numerum superiorem redire necesse est, ut,

8642
6431
---
2211
---
8642

Probatur & Additio per Subtractionem, vt si alter numerorum ordo à producto

ducto subducatur, alterum relinqui necesse est, vt,

624
363
---
992

| *Subtrahitur superior* | *Subtrahitur inferior.* |
|---|---|
| 992 | 992 |
| 624 | 368 |
| 368 | 424 |

Secundo probatur Subtractio per experientiam nouenariam, prima autem proba sumitur de subtrahendo. Secunda de relicto, Ambæ postea iunguntur, & coniunctum, nouenario abiecto, probæ superioris ordinis correspondebit. Probatio igitur cum Additione eadem est, nisi quòd alia ordinum ratio est.

Probatur tertio per probam Septenariam, sicut per nouenariam quantum ad numerorum ordines attinet, suas tamen interim proba septenaria conditiones obseruat.

Exemplum.

8 2 0 0 0 3
5 1 4 2 7 9
3 0 5 7 2 4

Prima Additionem. ut

514279
305724
820003

Experientia. Secunda per 9 3 × 1 (4)

Tertia 7 6 × 3 (2)

## DE MVLTIPLICATIONE.

## *Cap.* VII.

MVltiplicatio est duorum numerorum in se ductus, quo tertius producitur alterū toties cōtinens, quot unitates in altero sunt. ut 2. per 4. multiplicare est,

re est 8. producere. Itaq; octo ad 4. ea proportio est, quæ est 4. ad 2.

In se ducere est multiplicare. In multiplicatione prior numerus per aduerbiũ exprimitur alter uero simpliciter.

Antequam ad generalem multiplicandi formulam ueniamus, duorum digitorum multiplicationem, ut necessariam, tradere lubet. Duorum itaq; digitorum propositorum summam scire si uolueris, utriusq; à denario distantiam è regione locatam semel in se ducas, & productum lineæ ductæ subijcias. Deinde unius distantiam ab alterius digito transuersim subtrahes, quotq; relinquitur, producto distantiarum postponas & apparebit digitorum summa. ut,

8 2
×
7 3
5 6

Quòd si productum ex multiplicatiõe

distantiarum duabus scribendum sit figuris. Prima scribatur, & altera relicto transuersæ subtractionis numero addatur, vt,

8 2
X
5 5
---
4 0

ALIVS *modus multiplicandi digitos.*

Si duo proponantur digiti, quorum summa sit inquirenda. Minoris accipiatur articulus. Deinde differentia maioris digiti à denario in minorem ducatur digitum, quodq; prouenit à minoris articulo subtrahatur & remanebit digitorum summa, vt,

8 2
X
7 70
14
56

MODVS ALIVS.

Propositorum duorum digitorum inæqualium, summam hoc modo inquires, pone minoris articulum à quo minorem

rem digitū toties ſubducito, quot vnitatibus maior digitus à 10 abeſt, & in reſiduo habebis ſummā. Idem quoq; fit in digitis æqualibus, altero in articulū formato, vt,

9 80
8 8

72

Nonnulli digitorum ductum ex menſa vt vocatur Pythagorica petunt, cuius hæc forma eſt,

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

In multiplicatione retrogradus obſeruatur ordo.

Vnitas nec multiplicat nec diuidit.

In omni multiplicatione prior numerus per aduerbium exprimitur.

## CANON GENERALIS.

In multiplicatione duo quoq; numerorum ordines ſunt. Superior qui Multiplicandus, inferior ſuperiori directe ſubiectus, qui Multiplicans nominatur. Sub ordinibus itaq; ducatur linea, ſub quam tertius ex numerorum ductu inuentus ſcribatur. Deinde primam inferiorē duc in omnes ſuperiores ordine retrogrado ſeruato, & productū ponito directe ſub lineam, poſtea ſecundā inferiorē eodem ordine & modo in omnes ſuperiores ducas. productū ea lege ſub lineā ponas, ut, locus producti loco characteris multiplicātis reſpōdeat. Similiter & in alijs agendum erit, figuræ deinde ex numerorum ductu

ductu ſub lineam poſitæ per additionem colligendæ ſunt in vnam ſummam.

```
  8 4 6   Multiplicandus.
    2 4   Multiplicans.
---------
  3 3 8 4
1 6 9 2
---------
2 0 3 0 4   Summa.
```

Quum character in circularem ducitur, vnitasq; mente tenetur, hæc eadem vnitas ſcribi debet, vt,

```
  4 0 8   Superior.
    6 2   Inferior.
---------
  8 1 6
2 4 4 8
---------
2 5 2 9 6   Summa.
```

Circulus autem in circulum uel characterem ductus ſe producit, ut,

```
  8 0
  1 0
-------
  0 0
8 0
-------
8 0 0
```

Character in Circulum ductus, Circulum procreat. ut,

8 0
2

1 6 0

Hoc loco perperam agere uidentur, qui Duplationem etiam singularem numeri practici speciem ponunt. Est enim non numeri practici sed multiplicationis species. Iam si Duplatio seorsim species censenda est, quid quæso obstet quo minus triplatio, quadruplatio, decuplatio & aliæ quæ innumeræ sunt, eodem nomine recte dici possent?

DVCERE *articulum in articulum.*

Neglectis utriusq; numeri zyphris, duc figuram unius significatiuã in significatiuam alterius, & producto numero utriusq; articuli zyphrã anteponito suo dextram uersus ordine, & summam habebis.

3 0
6 0

1800

Mul

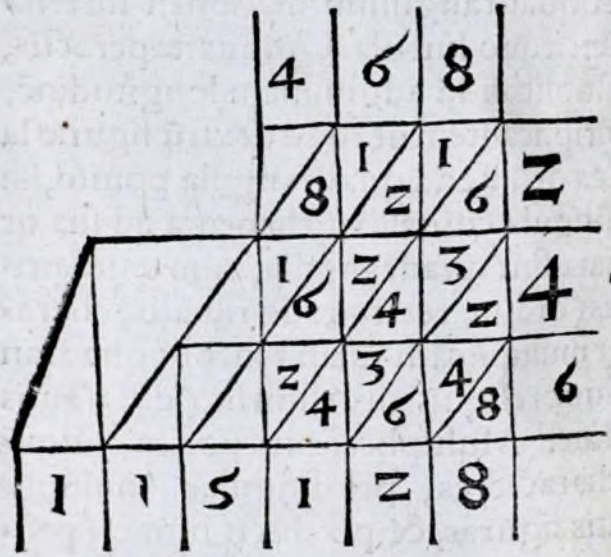
MVLTIPLICATIONIS *modus elegans.*

Propositis duobus numeris multiplicandis pinge figuram recti lineam, quam paruis distinguito rectāgulis. Huius autem figuræ longitudo tot habeat quadrangula, quot elementa in multiplicando fuerint. latitudo uero tot quadrangulas superficies teneat quot in multiplicāte fuerint elementa. Deinde quod libet quadrangulum diagonali intersecces ex æquo lineola. Quibus ita peractis, multiplicandū adsummam longitudinē, multiplicantem uero ad dextrū figuræ latus ex ordine ad quadrangula ponito, ita ut singula cuiuslibet elementa ad sua ordinata sint quadrangula, tum enim primus (ordine retrogrado notato) character multiplicādi idem tenebūt quadrangulum: reliquis deorsum suo distributis ordine. Multiplicentur postea singuli characteres, per singulas multiplicantis figuras, & producti numeri pro-

prijs

prĩjs inſcribantur quadrangulis, ita, vt digiti ſub diagonali eiuſdem quadranguli, articuli vero ſupra diagonalem locẽtur. Deinde in vnam ſummam colligãtur ſinguli characteres diagonalibus tranſuerſaliter ſeiuncti: initium autem collectiõis ſeu additionis fiat in dextri lateris ima parte. Productum collectionis ponatur ſub diagonales, vt,

Multiplicandus.



## De probationibus Multiplicationis.

Experientia Multiplicationis, ut aliarum duplex est. Sumitur enim à Diuisione, Nouenaria, & septenaria. De prima sequenti capite uidebimus.

In proba nouenaria ita agendum. Prima sumitur de Multiplicando, Secunda de Multiplicãte, quæ in angulis in se ductæ, reiecto nouenario producũt numerum in superiorẽ angulũ locandum, cui proba Summæ par esse debebit.

Proba Septenaria, ut nouenaria est, nisi quod suis conditionibus, utitur illa,

8 6 4
2 6
---
5 1 8 4
1 7 2 8
---
2 2 4 6 4

de hac sequenti capite Prima Diuisionem

22464 (26
864

22464 (864
0 26

Experientia, Secũda per 9 0X0
0
1

Tertia 7 5X3
1

Notandum quòd in proba nouenaria & septenaria si vel Multiplicandus uel Multiplicans ziphram in angulum posuerit, acutorum angulorum probæitidem circulares erunt, ut,

EXEMPLVM *de Multiplicante.*

4 6 4 0
6 3 9 0X5
1 3 9 2 0
2 7 8 4 0
2 9 2 3 2 7 0X2
0

EXEMPLVM de Multiplicando.

6426 0
12 9 3X0
12852 0
6426 0
77112 7 5X0
0

## DE DIVISIONE
## Cap. VIII.

Diuisio est ex duobus numeris propositis inuentio cuiusdam tertij, qui in vno proposito, toties esse deprehenditur, quod in altero vnitates sunt. Estq; Diuisio Multiplicationi planè contraria, nã quod hęc dispergit, illa colligit.

In Diuisione duo numerorum ordines sunt, Superior, & Inferior: ille diuidendus, hic Diuisor seu Diuidēs appellatur, Tertius per Diuisionem inuentus aduerbij nomine uulgo Quoties, à Placentino Diuisorius nominatur.

In Diuisione non linea, sed semicirculus post numerorum ordines dextrã versus pingi solet, in quẽ Quoties scribitur. Ad intelligendam Diuidendi rationem, subscriptæ notentur Hypotheses.

1 In diuisione incipiendũ est à siniſtro latere.

2 Vltima Diuisoris ponenda est sub ultima Diuidendi. Et hoc quidem uerum si ultima Diuisoris non fuerit maior ultima sibi supra posita. Nam si maior extiterit, sub penultima diuidendi locetur ultima Diuisoris. ut,

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 4 | 6 | 2 |
| | 2 | 3 | |
| 4 | 6 | 2 | |
| | 5 | 2 | |

3 Non debet maior nouenario semel in semicirculum poni.

4 Diuisor post quamlibet operationem debet esse maior numero sibi suprapositore

to reſpectu ſui. In fine autem reſpectu totius Diuidendi.

5 Poſt unam operationem, uarietur Diuiſor per unam figuram, id eſt, in ſubſequentem locum ponatur.

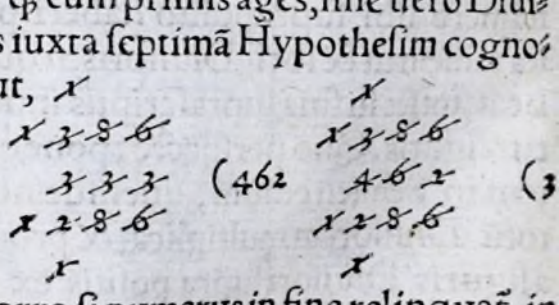
6 Si in media operatione aut fine Quoties inueniri nequeat, ponatur zyphra ad quotientem priorem. Et uarietur Diuiſor per unam figurã dextram uerſus.

7 Si prima Diuiſoris ſub prima Diuidendi conſtiterit, Diuiſio peracta eſt.

CANON DIVIDENDI.

His omnibus notatis pone Diuiſorem iuxta ſecundã hypotheſin ſub Diuidendum, & uide quoties ultima Diuiſoris in numero ſibi ſuprapoſito haberi poſſit, ita tamen ut & ſocij Diuiſoris, ſi quos habeat, toties in ſuis ſupraſcriptis inueniantur figuris. Quo perſpecto, pone quotiẽtem in Semicirculum, quem deinde per totũ Diuiſorem multiplica, & productũ à figuris Diuiſori ſupra poſitis ex ordine ſubtrahito. Relictum uero, ſi quem

habes ex ſubtractione numerum iam dictis Diuidendi figuris ſupraponito. Hac prima ſcilicet operatione peracta, uarietur diuiſor per unam figurã, hoc eſt, Diuiſoris prima figura ſub ſuperiorem ſe ſequentem ponatur. Secunda inferioris ſub ſuperiore ſe ſequente, &c. Ita tamen quod totus Diuiſor ſi plures characteres habeat à ſuo loco ponatur in proximum. Poſito itaq; rurſum Diuiſore alius quæratur Quotiẽs in figuris Diuiſori ſuprapoſitis, & in relictis, ſi quæ ſunt, poſt ſubtractionẽ, paulo prius factam. cum hoc ſecundo quotiente & omnibus aliis non aliter q̃ cum primis ages, finẽ uero Diuiſionis iuxta ſeptimã Hypotheſim cognoſcas. ut,



Porro ſi numerus in fine relinquat̃, in quo Diuiſor haberi non poſſit, uocat̃ reſi

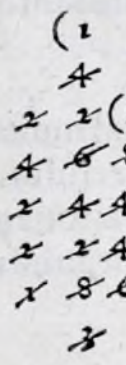
duum

duũ, Idq; scribendum est post Quotientẽ dextrã uersus in superiore loco cui linea subiaceat, sub quã ponatur Diuisor, qui unius integri tot partes, quot unitates habet, significat. Residuũ uero semper tot Diuisoris, id est, integri partes numerat quot unitates habet. Estq; residuum cum diuisore sibi subpositio plane nihil aliud quàm fractio seu Minutia.

Residuum semper diuisore minus esse debet.

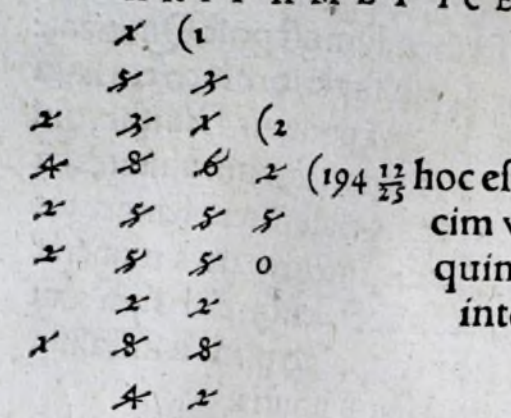
Residui præterea denominatio non fit à denominatore Diuidentis, sed Quotientis. Idem enim & unius utriusq; denominator est.

Exempla de Residuo.

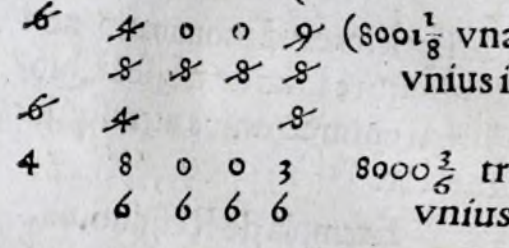


Resid.

Hoc est duodecim uicesimæ quarte unius integri

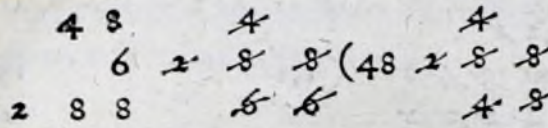



EXEMPLA *sextæ Hypothesis.*




CANON.

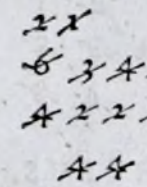
Omnis numerus per aliquem multipli catus, in diuisione nihil habet residui. Si enim productum ex Multiplicatione per Multiplicandum diuisum fuerit, nihil remanebit, vt



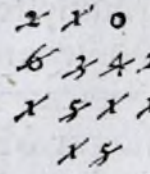
## DE PROBATIONIBVS *diuisionis.*

Et huius speciei experientia est triplex. { Multiplicatio / Nouenaria / Septenaria.

Probatur primum diuisio per Multiplicationem, vt & Multiplicatio per Diuisionem. Per Multiplicationem, ut si quotientem per Diuisorē multiplices, in producto cum Additione residui (si quod fuerit) numerum habebis diuidendum. Multiplicationis autem certitudo ex Diuisione est. Nam summa per multiplicantem diuisa, Multiplicandum in quotiente producit, Aut eadem per Multiplicandum diuisa multiplicantem pro Quotiente ponit, vt,



151
42
302
604
6342

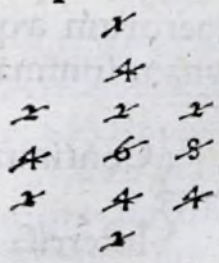


In nouenaria prima proba ſumitur de Diuiſore. Secunda de quotiente. Hæ ducantur inſe, & numerus producti, nouenario abiecto, relictus cum additiõe reſiduí, ſi quod habeatur, correſpondebit probæ de Diuidendo ſumendæ.

Septenaria ſuas leges obſeruat, alias ut nouenaria fit. Notandũ tamen quod ſi reſiduũ uel ſeptenariũ excedat uel pluribus figuris quãm una ſcriptũ ſit: ſumẽda erit proba, ut in cæteris, de eodem, quæ abiecto rurſum ſeptenario, iũgat probæ

Diuiſoris

Diuiſoris & Quotientis, & tum demum par erit probæ Diuidendi.



Prima Multipli. vt

24
19
216
0 242

Expe- rientia. Secũda per 9 1×6 1
0 468

6

Tertia 7 5×3
6

# ARITHMETICES DE PROGRESSIONE, *Cap. IX.*

PRogressio est numerorum æqualiter distantium in vnam summã collectio.

Progressio est duplex
- Arithmetica.
  - Continua
  - Intercisa
- Geometrica. Hæc suas species in infinitum extendit.

Progressio Arithmetica continua siue naturalis est ubi post primum characterem nullus intermittitur, ut, 1234. uel 3456. vel 56789. vel 6789 10 11 12. &c.

Progressio Arithmetica discontinua siue intercisa, est figuris æqualiter interceptis numerorum ordo. ut 1357, &c. 246810. &c.

De

## DE PROGRESSIONE ARITHMETICA *duæ regulæ.*

1 Si numerorum secũdum Progressionem Arithmeticam descriptorum series est par, addatur primus ultimo, & productum ducatur in medietatem numeri locorum: quodq; inde prouenit, numerorum dispositorum summa est.

2 Si uero numerorũ dispositorum series est impar, primus ut antea iungatur ultimo, & per producti medietatẽ totus locorum numerus multiplicetur: & in multiplicationis producto quæsitũ apparebit.

Numerus seriei siue locorum est qui indicat, quot in ordine dispositonumeri sint, ut in hoc ordine. 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12. Sunt undecim numeri siue numerorum interstitia.

Nunquam præterea fit, ut numerus locorum & numerus ex additione primi ad ultimũ productus, simul sint impares ambo tamem sæpe numero pares sunt.

exem-

EXEMPLA.

1 2 3 4 5 6 7 8 | 9 | 4 = 36

2 4 6 8 10 12 | 14 | 3 = 42

ALIAE REGVLAE DE
*progreßione Arithmetica.*

Continua Progreſſio in parem ſi deſinit, medietatem paris ducas in numerum qui parem immediate ſequitur, vt,

1 2 3 4 | 2 | 5 = 10

Continua Progreſſio in imparem ſi deſinit, Maioris imparis portionem in totum imparem ducas, vt, 1 2 3 | 5 | 3 = 15

1 2 3 4 5

Interrupta Progreſſione numeri in parē finiente, medietatē eiuſdē paris ducin numerū ſuperiorē proximū medietati, ut

246 | 4
3
12

Interrupta Progressiõe desinente in imparem, maiorem imparis portionem duc semel in seipsam. ut,

135 | 3
3
9

## CANON DE PROGRESSIONE *Geometrica.*

Progressio Geometrica est dispositio numerorum aliqua proportione se excedentium, ut Dupla, Tripla, Quadrupla, &c.

Omnis progressionis Geometricæ summa facile cognoscitur, si ultimus per numerum denominationis proportionis multiplicetur à producto postea primus auferatur, & relictus per numerum unitate minorem numero proportionis diuidatur. In Quotiente enim summam

ſummam deprehendes.

EXEMPLA.

Dupla

1 2 4 8 16 32 64 | 127 | 127 (127
1

Vnitas non diuidit

Tripla

1 3 9 27 | 80 | 80 (40
1

Quadrupla

2 8 32 128 | 510 | 510 (170
2

DE PROBATIONIBVS *Progreſſionis.*

Progreſſionis certitudo tribus modis deprehenditur. Subtractione nouenaria & ſeptenaria.

Probatur per ſubtractionem. Nam ſi ſingulos dati exempli numeros à ſumma ſubduxeris, nihilq; remanſerit bene progreſſus es.

In nouenaria & ſeptenaria duæ tantum

tum accipiuntur probæ.

In nouenaria accipe probam priorem de omnibus exempli numeris, & qualibet figura ſigillatim examinata remoue 9. quoties potes. Huic ſi ſummæ proba par fuerit, bene actum eſt.

In Septenaria ita agas, Priorem probam ſumito de quolibet exempli numero ſiue vna figura ſiue pluribus ſcripto. Quas probas omnes ad ſe addas, & in ſeptem, quoties licet, remoue. Cui proba ſummæ correſpondeat.

EXEMPLVM *progreſſ. Arith. Continuæ.*

1 2 3 4 5 6 | 21

Prima — Subtractionē

Experientia — Secun. eſt per 9 — 3 × 3 0

Tertia — 7 — × 0

K Exem

Exemplum Progr. Arithm. interciſæ.

2 4 6 8 10 | 30

Prima. Subtractionem

Experientia. Secun. per 9 — 3 X 3

Tertia. 7 — 2 X 2

Exemplum Progr. Geometricæ.

1 2 4 8 16 32 64 | 127

Prima Subtractionem

Experientia. Secun. per 9 — 1 X 1

Tertia 7 — 1 X 1

## DE RADICVM INVENTIONE

### Cap. X.

HAec ex toto numero propoſito uel Qua

Quadratum & Cubicum, uel radicem hoc est, latus maximi Quadrati & Cubici sub proposito numero cõtenti, ponit.

Ad exactiorem huius capitis intellectum repetenda sunt, quæ de numero superficiali & solido supra diximus. Nam hi soli radicem habent.

Itaq; primo uidendum, quid numerus quadratus, quid quadrati radix, quid deinde radicem sit inuenire. De Cubici ratione post inuentam quadratam radicem agemus.

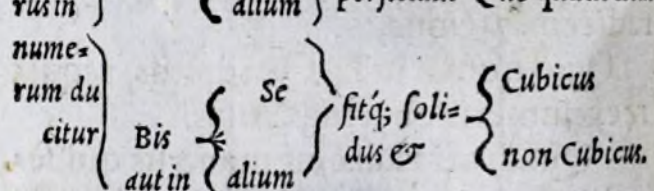
Quid numerus sit Quadratus, require ex numeris contemplatiuis.

Quadrati radix est numerus qui semel in se ducitur, ut 4. in se semel duco & proueniunt 16. huius producti 4. est Radix, hoc est latus.

Radicis igitur quadrati inuentio nihil aliud est, quàm ex proposito numero lateris quadrati inquisitio.

Porro Superficialis numerus est qui

fit quadratus, Si vero semel in alium, fit superficialis quidem, sed non Quadratus. Solidus item numerus est qui fit ex ductu numeri in numerum, Ductus autē numeris bis fit, aut enim bis in se, fitq; solidus & Cubicus. Aut toties in alium, & fit solidus quidem, sed non Cubicus. Hęc ex insequenti typo clara sunt.




Ex iam dictis patet quòd idem numerus est radix Quadrati & Cubici, non tamen radicis illius idem Quadratus est, & Cubicus. Huius ratio est, siquidem omnis numerus potest esse radix Quadrati pariter & Cubici, attamen non omnis numerus quadratus est, aut cubicus. Itaque

que radicem quadratam elicere, vel est propositi numeri(si totus quadratus sit) latus inuenire. vel, si totus quadratus non sit, latus maximi quadrati, qui sub toto proposito est, extrahere.

## AD QVADRATAE RADICIS *inuentionem hæ notentur Hypotheses,*

1 Radicum inuentio est quædam species Diuisionis.

2 Vnde semicirculus, sicut in Diuisiõe, post propositum numerum dextram versus ponendus est, in quem radix inuenta scribi debet.

3 In Radicum inuentione vnicus duntaxat numerorum est ordo.

4 Præscriptus numerus, cuius radix quadrata quæritur, in locis imparibus signetur punctis, obseruatur autem retrogradus ordo in numerandis locis.

5 Quot puncta propositus numerus habuerit, tot & figuras seu digitos in semi-

circulum poni neceſſe eſt.

6 Sub ultimo (ad ſiniſtram ſcilicet) puncto primus quæratur digitus.

7 Ductus digiti in ſeipſum ſemper ſub aliquo puncto fiat.

8 Semper totum, quod eſt in ſe ſemicirculo duplandum eſt.

9 Si à ſuperiore (qui nota circularis) unitas nō poteſt abiici, ſumatur proxime ſequens, à qua unitas dempta reſoluatur in 10. è quibus nouem in locum circularis figuræ ſubſtituas.

10 Si in medio aut fine digitus inueniri nequit, ponatur zyphra in ſemilunulam, Figuræ autem in fine relictæ denotant reſiduum.

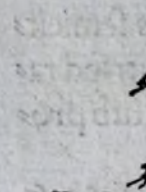
11 Si omnibus peractis in fine nihil remanet, totus numerus propoſitus eſt quadratus, & ergo numerus in ſemicirculo contentus eſt radix ſiue latus propoſiti numeri, ſi uero aliquid in fine relinquit, totius propoſitus numerus quadratus

tus non est, & proinde numerus semicirculi non est radix totius propositi sed radix & latus est maximi quadrati sub proposito contenti.

12 Maximus quadratus radice in seipsã ducta producitur. Omnis enim numerus semel in seipsum ductus, quadratum constituet.

## FORMA RADICIS QVADRATAE *inueniendæ.*

Numerum, cuius quadratam radicem quæris, in locis imparibus signato punctis ita 4 2 6 8. Deinde sub ultimo puncto, quære digitum, qui semel in se ductus deleat per subtractionem uel totum quod sub puncto & ante punctum sinistram uersus est, uel quãtum de toto iam dicto possis: Digitum ergo inuentũ pone in semicirculum, eumq; semel in se ducas, & productum respectu puncti, ut dictum est, subtrahas ita.



Postea digitum in semicirculo dupla, & duplatum sub proxima versus dextrã pone, proximam vero dicimus quæ dextram versus sequitur Punctum, sub quo digitus est inuentus. Porro duplatum ita ponatur, vt prima eius figura stet sub proxima post punctum dextram versus, cæteræ vero duplati figuræ, si quæ sunt, locentur ex ordine sub alias figuras siniſtrã versus, ut,

6
4 2 6 8 (6
1 2

Quo facto, sub proximo dextram versus puncto alium quærere digitum, qui ad priorem in semicirculum positus & primo ductus in duplatum, totum vel circiter totum deleat suprapositũ respectu duplati.

duplati. Deinde ductus idem digitus in seipsum totũ vel prope totũ deleat supra positũ respectu pũcti sub quo inuẽtus est.

Delere respectu duplati, est per subtractionem tollere figuras quæ non tantum supra duplatũ in ordine proposito sunt positæ, sed etiam eas siniſtram versus antecedunt. Attamen subtractione facta plerunq; aliquid relinquitur.

Delere vero respectu pũcti, est per subtractionem tollere non tantum figuram, sub qua digitus inuẽtus est, sed & omnes siniſtram versus præcedentes, Relinquitur autem & hic sæpe numero nonnihil post deletionem, id est, subtractiõem, vt,

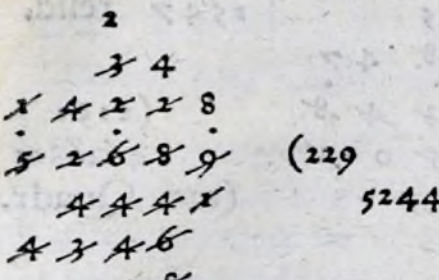
```
  6  4  3
  .  .  .
4 x  6  8   (65
3 6  x  5
  x  0
  6  x
```

Iam ergo operatio omnino facta est, Radixq; inuẽta est. Supereſt vt iuxta un-

decima Hypotheſin concludatur, abſoluaturq́, deinde exemplum propoſitum iuxta duodecimam Hypotheſin.

Cæterũ ſi in exemplo plura ſint quàm duo puncta, cum duobus ut iam dictum eſt, agito. Cum tertio autem puncto ita operare. Principio totum ſemicirculi numerum iuxta tenorem octauæ Hypotheſis dupla, duplatũ ſub proximã ut prius, ponas. poſt duplati poſitionẽ alius deinde ſub tertio dextrã uerſus puncto quæratur digitus, cũ quo ut prioribus agas. Exemplo autẽ ad colophona perducto. reſiduum ſi quod fuerit, dextram uerſus poſt quotientem ponas. cui etiam maximum quadratum ſubijcias iuxta 12. Hypotheſin.

Exemplum de tertio puncto.




248 resid.

(229

52441 ma. Qua.

Quòd si datum exemplum quatuor puncta habeat, sic agito. Tribus punctis absolutis totum semicirculi numerũ dupla, duplatũ sub proximã, ut prius locato, deinde sub quarto puncto quære digitum, qui primo in duplatũ ductus, deleat suprapositum, respectu duplati: postea ductus in seipsum deleat suprapositum respectu puncti. Et sic de numero plures punctos habente, agendum est, ut scilicet primo totus Quotientis numerus dupletur: post duplati uero positiõem alius quæratur digitus, &c.

EXEMPLVM QVATVOR

*punctorum.*

1 5 1547 resid.

x x 5 8 47

4 6 2 8 3 4 8 (2151

4 x x 5 0 x 4626801

x 4 8 3 (max. Quadr.

x x

4

DE DECIMA HYPOTHESI.

*Exemplum medij.*

2830. residuum

6257831 (2501

6255001. max. Quad.

*Exemplum finis.*

100. resid.

865000 (930

864900. max. Quadr.

*Exemplum medij & finis.*

26. resid.

40026 (200

40000. max. Quadra.

## DE PROBATIONIBVS *inuentionis Quadratæ radicis.*

Tres experientias habet, Multiplicationem, Nouenariam & Septenariã. Per Multiplicationem ita: Duc radicem inuentam in se quadratæ & residuum adde producto huius ductus, & propositum habebis numerum. Si vero nullum residuum fuerit, radix in se ducta producet numerum datum.

In nouenaria & septenaria solum duæ probæ accipiantur.

In nouenaria priorem probam accipe de Radice in semilunula quam in se quadratæ, hoc est semel ducas, probæ radicis adde probam de residuo, si quod fuerit, sumptam. Cui proba propositi numeri correspondebit.

Per septenariam vt per nouenariam probatur. Hæc tamen suis vtitur conditionibus.

Exem

865000 (930. 100 Resid.

Prima Multiplicationem.

1

Secun. per 9 ×

Experi 1

entia. 3

×

Tertia. 7 3

Vsus Quadratæ radicis est, in dimeti-enda duorum locorum distantia. Nam si duo proponantur loca longitudine & latitudine distantia, Differentiæ longitudinum & latitudinum ducantur in seipsas, proueniet{q}; quadratus numerus. Hi deinde Quadrati coniungantur & producti radix quadrata quæratur. Radix inuenta, & per 15. Multiplicata, millas in producto dabit. ut,

10

Longitudo differ. 10. Quadr. 100.

20

54

Latitudo differentia 13. Quadr. 169

41

Qua-

Quadrati iuncti faciunt. 279.
Radix ( 16. 23. resid.
Radix per 15. Multiplicata facit 240 milas.

## DE CVBICAE RADICIS *Inuentione.*

Dictum est ex ductu numeri in se bis, uel semel in suum quadratum, constitui solidum pariter & Cubicum. Solus enim solidus, & si non omnis, cubicam radicem habet.

Principio uidendum quid numerus Cubicus, quid Cubica radix, quid item sit radicem Cubicam inuenire.

Numerus ergo Cubicus est, qui fit ex ductu numeri in se bis aut semel in suum quadratum.

Radix numeri Cubici dicit numerus ita duplici ductu factus. vnde patet quod numerus Cubicus & Quadratus eandem

dem vt ſupra dictum eſt, radicem habēt.

Radicem inuenire Cubicam eſt ex numero propoſito latus elicere Cubicum, vel propoſiti vel maximi Cubici ſub propoſito contenti. Nam ſi poſt operatiōem factam nullum ſupererit reſiduum, totus propoſitus eſt Cubicus. Cōtra ſi quid in fine remanſerit, propoſitus ſolidus quidem eſt, ſed non Cubicus.

## *Ad illius quoq; radicis inuentionem quædam Propoſitiones notentur.*

1 Numerus cuius Cubica radix quæritur, ſignetur punctis in primo ſcilicet loco, & ſingulis millenarijs, ut,

4628624

Semicirculus ad datum ponatur numerum, in quem tot figuræ locentur, quot puncta datus numerus habuerit.

Sub vltimo puncto initium operationis eſſe debet.

Sicut

Sicut in inuentione quadrata totum quod ponitur in semicirculo, duplandū & duplatum sub secundam dextram uersus ponendum: Ita in cubica totum Quotientis siue semicirculi triplandum, & triplatum sub sequenti tertia ponendum est

Triplex in hac inuentionis specie, fit multiplicatio. Prima est totius Quotientis in totum Triplatum. Secunda est solius digiti ultimo inuenti. Tertia est eiusdem digiti in se cubice, & in totius triplati productum.

Si in medio digitus inueniri nequeat, ponatur zyphra in semicirculum. Et dimissis sicut in præcedenti specie, omnibus, perge ad proximum punctum, sub quo alium digitum inuenias. Prius tamē totum, quod est in semicirculo, tripletur. Hoc autem in fine si contingat, ponatur ut antea, circulus ad priorem Quotientem, & relictæ figuræ habeantur pro residuo.

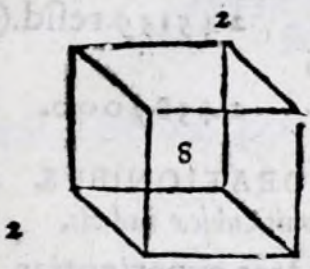
FORMA CVBICAE *Radicis inueniendæ.*

Numerum iuxta primam propositionem punctis signato. Sub ultimo deinde puncto quære digitum qui ductus in se Cubice totum suprapositum, uel de toto, quantum possit deleat respectu puncti sub quo inuentus est. Digitum ergo inuentum pone in semicirculū, eumq; cubice in se ducas & productum respectu pūcti subtrahas. Digitū postea sic inuentum tripla, & triplati productū sub proxima dexteram uersus tertia ponito, ita ut prima triplati (si multas habeat) figura sub tertia iam dicta locetur, cæterę uero præcedentibus siniſtram uersus. Quo facto, alium sub proximo dextrā uersus pūcto posito quære digitum, qui ductus cum digito prius inuento in totū triplatum, deinde solus ductus in productum, totum uel quantum possit auferat, respectu triplati: postea ductus idem digitus solus in se cubice tollat suprapositum respectu pūcti. Quibus transactis, totū semicirculi

micirculi numerū tripla, & triplati productum numerum ſub tertia ut prius, figura dextram uerſus ponas. Exinde rurſus quære digitum ſub ſequenti puncto, &c. Cætera ſecundum datas propoſitiones pro tua induſtria perages.

EXEMPLVM IN QVO
*nullum eſt reſiduum.*

3 9
3 3 x 3 6 8
5 x x x 4 8 (82
3 9 3 6




EXEMPLVM RESIDVI

4382 (16296 reſid.
4096.(max. Cub.

Exemplum medij & finis.

2821 resid.

1002821 (100

1000000 max. cub.

Supra dictum est eundem numerum esse radicem Quadrati & cubici, eumuero Quadratum & Cubicum non esse cuius tale sit exemplum.

2790 resid. (Quad.

(4963.

24631369 max.

---

24634159

245159 resid. (Cub.

(290

24389000. max.

## DE PROBATIONIBVS.

*inuentionis Cubicæ radicis.*

Habet & illa tres experientias. Multiplicationē, nouenariam, & septenariā.

De prima Duc radicem in se Cubice, & residuum, si adsit, adde producto, & datus

datus redibit numerus.

De secunda. Sume probã de Quotiente, quam in se cubice ducas. & producto probã residui adde, & abiectis nouẽ relictum ad angulum crucis pone, cui dati numeri proba par erit.

De tertia. Cum hac ut nouenaria agito suis tamen legibus seruatis.

EXEMPLVM.

1129 resid.

37066 (33

35937 max. Cubic.

Prima Multiplicationem

Experientia. Secun. per 9 X 4

4

1

Tertia 7 X 1

1

Hactenus de integris.

# DE FRACTIONIBVS SEV *partibus integrorum.*

## *Cap. I.*

INtegrorum ratio hactenus visa, quorum partes Minutiæ seu fractiones dicuntur, Et planè nihil aliud sunt fractiones, quàm Diuisionis residuum.

Fractio est aliqua pars integri. Pars autem aliqua dicitur quæ aliquoties repetita totum constituit.

Vnitates numerorũ hic pro partibus integri sumuntur.

Idem ad diuersa collatum dici potest integrum iuxta ac fractio, vt minutũ respectu horæ & secundi.

Fractionum alia est.
- *Vulgaris seu Mercatoria, cuius species sunt*
  - *Simplex*
  - *Mixta*
  - *Fractionis fractio.*
- *Astronomica, de qua suo loco.*

Simplex dicitur cui vnica in recto est denominatio, vt, $\frac{2}{3}$ duæ tertiæ.

Mixta

Mixta quæ diuersos in recto denominatores habet, vt $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{4}{5}$ hoc est duæ tertiæ, tres quartæ, & quatuor quintæ.

Fractionis fractio duas ad minimum Denominationes habet, quarum prior in solo recto. Cæteræ si plures sunt, omnes in obliquo ponuntur, vt, $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ hoc est vna tertia vnius quartę vnius medietatis.

Fractionum & integrorum eædem sunt species.

## DE NVMERATIONE. *Cap. II.*

NVmeratio hoc loco est debita Fractionum repręsentatio, in hac duo sunt numeri, Superior qui numerator, Inferior qui denominator vocatur. Inter vtrunq; linea mediat, vt $\frac{2}{3}$ Numerator est qui numerum partium, id est, quot sint partes ostendit. Denominator est numerus qui in quot partes integrũ sit dissectum indicat.

Vt duas tertias ita numerare poteris $\frac{2}{3}$ sunt autem duæ tertiæ, duæ partes vnius integri in tres diuidi.

Fractionis fractio ita repræsentatur, vt fractio, quæ in recto est, siniſtram versus ponatur, inter cuius numeratorem & denominationē linea mediat. Fractiones autem aliæ, quarum denominatores in obliquo sunt, dextram versus absq; linea mediante locentur, vt $\frac{3}{5}\frac{1}{2}\frac{2}{3}$ id est, tres quintæ, vnius secundæ duarum tertiarū.

Inuenitur aliquoties mixta fractionis fractio, hæc est quæ plures fractionum fractiones intercipit, vt duæ tertiæ vnius medietatis. quatuor quintæ duarum tertiarum.

$$\frac{2\,1\,4\,2}{3\,2\,5\,3}$$

## CANONES NVMERATIONIS.

Si numerator æqualis est denominatori. Minutia integrum præcise constituit. vt, $\frac{2}{2}\frac{3}{3}$

Si

Si numerator Denominatore maior est, Minutia plus integro facit, vt, $\frac{45}{34}$

Si numerator Denominatore minor est, Minutia minus integro repræsentat, vt, $\frac{23}{34}$

## DE FRACTIONVM *reductione. Cap. III.*

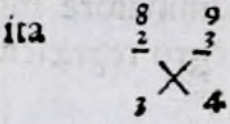
FRactiones nisi vnius denominationis sint, ad se addi non possunt.

Fractiones diuersarum Denominationum sunt quæ diuersos habent Denominatores. Eiusdem vero Denominationis quæ eundem habent, vt, $\frac{13}{55}$ $\frac{1111}{3456}$

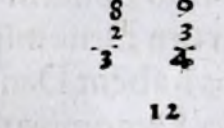
### CANONES REDVCTIONIS.

Duas dissimilium Denominatorum fractiões ad vnum ita reducito, Duc denominatores in se, & productum communis erit denominator vtriusq; scilicet fractionis. Postea numeratorem vnius

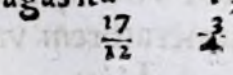
per denominatorem alterius multiplica & productum suo numeratori supra po nas ita




Si uero fractiones plures fuerint, duas priores primum, ut dictum est absoluas, & ex utroq; numeratore unum constituas ita




Iam cum producto & tertia fractione iuxta primam operare regulam. ut sint reducendæ $\frac{234}{345}$ Duabus prioribus absolutis scilicet ex duabus tertijs & tribus quartis $\frac{17}{12}$. Cum hoc igitur producto et tertia fractione secundum primam regulam agas ita




ergo

ergo $\frac{2\,3\,4}{3\,4\,5}$ faciunt $\frac{1\,3\,3}{2\,6\,0}$ quæ ita locentur.

$$\begin{array}{c} 1\,3\,3 \\ \hline 2\,3\,4 \\ \hline 3\,4\,5 \\ 6\,0 \end{array}$$

Ita etsi fractiones quatuor sint, cum trium priorum producto & quarta minutia iuxta primam operare regulam, & sic in alijs agendum.

Fractiones fractionum ad simplices minutias ita reducito. Multiplica & numeratores & denominatores in se ita $\frac{2\,1}{3\,4}$ faciunt $\frac{7}{1\,2}$

Integra in fractiones ita soluas, duc numerum integrorum in denominatorem minutiæ formandæ, ut $\frac{4}{1}$ faciunt $\frac{1\,2}{3}$

Fractiones ad integra sic reducito, diuide numeratorem per denominatorem: & in quotiẽte numerum integrorum habebis.

Fractionem crassam in subtiliorem ita transfer. Numeratorem crassæ duc in denominatorem subtilioris, & productum

ductum diuide per crassæ denominatorem & quoties quæsitum ostendet. Residuum, si fuerit, denominabitur à Denominatore Quotientis, ut $\frac{1}{3}$ faciunt 40. sexagesimas.

## DE ADDITIONE
## *Cap. IIII.*

FRactionum igitur eundem denominatorem habentium Numeratores tantũ adse addantur, & producto subscribatur Denominator, ut $\frac{3\,5\,7}{4\,4\,4}$ faciunt $\frac{15}{4}$.

Si fractiones plures quàm duæ fuerint, iuxta secundam reductionis regulam operaberis, & reductione omnium facta, numeratores simpliciter addes.

Si fractionum fractiones addendę sint simplici fractioni. Eas iuxta tertiam regulam reducito. Deinde cum producto reductionis & simplici fractione agas secundum tenorem primæ regulæ.

Fractiones integris uel econtra sic ad

das

das. Duc numerum integrorũ in denominatorem fractionis,& producto Numeratorẽ addas, & operationis tuæ Numeratorem habebis , cui denominatorem inuariatum ſubijcias.

## DE SVBTRACTIONE
## *Cap.* V.

REgula generalis eſt, æqualem ab æquali & minorẽ â maiore poſſe ſubtrahi. maiorem uero à minore neutiq; fractionibus autem cuius maior eſt numerator (reductione facta) eadem quoq; maior dicetur fractio. cuius numerator minor, fractio quoq; minor.

Reductione facta, numeratorem minorẽ à maiore ſubtrahas, & reſiduũ pone pro numeratore relicto ut $\frac{3}{7}$ à $\frac{4}{17}$ manet $\frac{1}{7}$.

Minutias ab integris ita ſubtrahito. Pone integrum ut fractionem per unitatem

tem ſuppoſitam. Multiplica deinde iuxta primam reductiõis regulam & reductione facta, Subtrahe minorem numeratorem à maiori, vt $\frac{3}{7}$ ab $\frac{1}{1}$ remanent $\frac{4}{7}$.

Fractionum fractiones à ſimplici fractione ita auferas. Age primo iuxta tertiam Reductionis regulã, hac reductione facta, cum producto & ſimplici fractione agas iuxta primam reductionis regulam, ut ab $\frac{1}{2}$ $\frac{10}{12}$ remanent $\frac{8}{24}$ hoceſt vna tertia.

## DE MVLTIPLICATIONE.
## Cap. VI.

FRactiones ſimplices ita multiplica. Duc numeratores & denominatores in ſe ut $\frac{2}{4}\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{6}{16}$

Fractiones cum integris hoc pacto multiplica, Soluatur integrorum numerus in vnitatem ſubſcribendam. Deinde vt in fractionibus ſimplicibus multiplica vt $\frac{24}{31}$ faciunt $\frac{8}{2}$

De

## DE DIVISIONE.
## Cap. VII.

IN fractionum Diuiſione, Diuiſor dextram verſus, diuidenda autem fractio ſiniſtrā verſus ponatur. Deinde numerator diuidendi in denominatorem diuiſoris ducatur, & productum erit operationis numerator, poſtea denominator diuidendi per numeratorem diuiſoris multiplicetur, & productum erit, vt, $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ fiunt $\frac{8}{9}$.

Notandum quòd fractiones multiplicando decreſcunt, ſed creſcunt diuidendo. Et hoc contra vocum naturam eſſe videtur, vt ſi multiplico $\frac{1}{3}\frac{1}{4}$ prouenit $\frac{1}{12}$ quę fractio multo minor eſt $\frac{1}{3}$ aut $\frac{1}{4}$. At ſi diuido $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{3}$ prouenit $\frac{3}{4}$, multo maior minutia quàm $\frac{1}{3}$ aut $\frac{1}{4}$.

Fractiones in 2 vel 3 aut in aliam

aliam ita resolues. Numeratorem fractionis diuidendæ diuide, si potes, per fractionem in quam transferre uolueris, & sub quotientem pone denominatorem fractionis diuidendæ ut $\frac{6}{7}$ in 2. faciunt $\frac{3}{7}$ Itē $\frac{6}{7}$ in 3 faciunt $\frac{2}{7}$. Si uero id non possis, duc ergo denominatorem fractionis diuidendæ in numerum fractiōis in quam transferre diuidendam uolueris, & productū erit denominator, numeratore inuariato ut, $\frac{3}{4}$ in 5. faciunt $\frac{3}{20}$

## DE RADICVM INVENTIONE. Cap. VIII.

FRactionum propositarum, antequā radix quadrata quæratur, eandem esse denominationem oportet, Qua existente, radix, ut in integris, quæratur Radix numeratorum inuenta erit numerās denominatoris autem, denominans, ut $\frac{3}{5}$

&

$\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{3}$ & $\frac{6}{8}$ in additione constituũt $\frac{51}{19}\frac{2}{1}$ Radix numeratoris quadrata (22. resid. 28. Radix denominatoris (13 resid. 23.

Fractiones autem, quarum cubicam radicem quæris, ad eandem denominationem reducito. Quo facto, duc denominatorem in se quadrate, & productũ rursum per communem numeratorem multiplica, cuius tandem producti cubicam radicem, ut in integris, quære, quæ inuenta radix erit numeratoris. Simpliciter autẽ, radix cubica denominatoris, inuestigatur ut $\frac{23\,16}{34\,28}$ Hæ reductæ & additæ ad se constituunt $\frac{51}{19}\frac{2}{1}$ Denominator in se quadrate ductus ,producit 18874368. Huius producti radix cubica est (5. residuum 67.

## DE FRACTIONIBVS ASTRONOMICIS

### Cap. I.

Ad cœlestium orbium cursus exacte supputandos inuenta sunt quædam integra & eorum fractiones. Hæc tamen integra, maiorũ respectu, partes seu fractiones dici possunt. Disponuntur autem ita, ut primus locus sit totius reuolutionis quæ 12. signa continet, Secundus signorum, Tertius graduũ, Quartus minutorum, Quintus, secundorũ, Sextus tertiorũ: & sic ad septima usq; progressio fit.

Signãtur numeri ut in tabulis Alfonsi & aliorum, priori fractionis litera, uel denominatore, ut T.s,g,m̃, s̄, t̄, q̄r.

Denominator minutorum est unitas Secunderum binarius, Tertiorum ternarius, &c.

Huc etiam pertinẽt temporum sectiones, ut annus diuiditur in 12 mẽses, Mensis in dies 28.30 uel 31. Dies in horas 24. Hora denicq; in suas per sexagenariam diuisionem partes secatur.

De

## DE REDVCTIONE.

Fractiones omnes tam ſubtrahendi quàm eis à quo fit ſubtractio, tam multiplicandi q̃ multiplicantis, tam præterea diuidẽdi q̃ diuiſoris, prius ad eundẽ (ſi non ſint) denominatorem reducendæ quam ad operationem cõferantur ſecundum leges & canones in hoc libello.

## DE ADDITIONE.

## *Cap. II.*

Hæc ut in integris fit, niſi hac cautione ſeruata ut fractiões eiuſdem denominationis ad ſe addantur, minuta ſcilicet minutis, ſecunda ſecundis. &c,

In additione incipiendum eſt à ſubtiliſoribus, ut puta quartis, ſi ultima in exemplo ſint, procedendumq̃ ſiniſtram verſus ad tertia, deinde à tertijs ad ſecunda, & cætera. Et quoties ex additione 60.

prouenerint pro illis vnum sequenti sinistram versus crassiori addatur. Et obseruatur id vsq; ad gradus excluſiue. Si additio in gradibus est, loco 30. graduum vnitas sequenti crassiori fractioni (signis scilicet) adijcitur. Porro si additio in signis est, 12 signorum loco ponatur vnitas totam reuolutionem.

EXEMPLVM.

| T | S | gr | m̃i | 2ã | 3ã | 4ã | 5ã |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 12 | 76 | 45 | 13 | 48 | 20 |
| | 2 | 25 | 36 | 59 | 27 | 12 | 15 |
| | | 42 | 12 | 15 | 35 | 73 | 30 |
| | | | | | 5 | 6 | 9 |
| 1 | 4 | 9 | 6 | 0 | 22 | 20 | 14 |

## DE SVBTRACTIONE. *Cap. III.*

SVbtractio quoq; ut in integris fit, initium præterea, vt iam in additione dictum

ctum est, à subtilioribus sumitur, & minuta à minutis secunda à secundis auferuntur, &c.

Quòd si in subtiliorum subtractione numerus à quo debet fieri subtractio, subtrahendo minor fuerit, vnitas à proxima crassiore sinistram versus accipiatur, quæ in 60. portiones fractionis minoris diuidenda est, vt subtractio fieri possit.

Si in gradibus operari nequeas, vnum signum in 30. grad. resoluendum à signis accipias.

Si operatio in signis impediatur, vna tota reuolutio (12 scil. signa) mutuetur.

In temporum fractionibus suæ quoq; conditiones obseruentur, quæ in hunc modum proponi possunt.

Seculum, Indictio, Lustrum, Olympias, Annus, Mensis, Dies, Hora, Minutum, Secundum, Tertium, Quartum. &c.

| | | |
|---|---|---|
| Seculum | est spacium | centum annorum |
| Indictio | | quindecim annorū |
| Lustrum | | 5. annorum. |
| Olympias | | 4. annorum. |
| Annus | | 12. mensium vel 365 dierū & 6. horarū. |
| Mensis | | 28. 30. 31. dierum. |
| Dies | | 24. horarum. |
| Hora | | 60. minutorum. |
| Minutum | | 60. secundorum, & sic de alijs per 60. |

EXEMPLVM SVBTRACTIONIS.

| T | S | G | G | mī. | 2ā |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 2 | 26 | 31 | 43 |
| 1 | 2 | 39 | 24 | 26 | 55 |
| 1 | 11 | 2 | 2 | 4 | 53 |

## DE MVLTIPLICATIONE. Cap. IIII.

Hæc ita fit, numerator in numeratorē ducit, & pductū dicit. Fractio à numero cōiunctorū denominatorū denominānda, vt minuta in minuta ducta producūt secun

secunda. Minuta multiplicata per tertia producũt quarta, &c. Quis autem denominator dici debeat, dictum est capite primo.

Si fractiones in integra ducantur non integra cõstituuntur, sed fractiones, hoc est, subtilior fractio ex integrorũ multiplicatione producitur, ut minuta per gradus si multiplices, non gradus sed minuta efficies, minuta per secunda multiplicata producant secunda & semper crassa subtiliorem constituit.

| S | gr. | gr. | mi. |
|---|---|---|---|
| 56 | 45 | 100 | 30 |

| gr. | mi. |
|---|---|
| 2520 | 3000 |

## DE DIVISIONE

## Cap. V.

IN Diuisione numerus quoties fractionis denominandus est â numero qui prouenit post subtractionem

denominatoris diuidentis à denominatore diuidendi, ut si 40 quarta per 10 secundas in quotiente 4. secunda habebis. Hoc est, quoties nominatur à relicto diuisoris & diuidendi denominatore.

Si æqualia denominatiõe per æqualia diuidas, in quotiente non fractiones sed integra habebis, ut horarum minuta per minuta diuisa producunt horas. Secunda in secunda diuisa faciunt min.

Hoc loco sola quotiẽtis intrinseca denominatio considerãda est, id est, an significet signa, gradus, min. uel secunda &c. Vnde sciendum quod intrinseca denominatio sumitur à denominatore, extrinseca uero à numeratore.

## DE RADICVM INVENTIONE.

## Cap. VI.

FRactiones, quorum petis quadratã radicem, prius, ut dictum est, ad eandem

dem denominatiõem reducito. Quòd ſi eiuſdem denominationis, ſed ab impari numero denominatæ ſint: ad eãdem denominationem paris numeri reducas, Quo facto, age ſicut in integris docuimus. Cæterum radix inuenta ſignificat fractiões à media fractione, integra uerſus denominandas. Media quidem dicitur, quæ inter radicis inuentæ fractionẽ & integrum mediat ut ſi à 263 quartis radicem extrahas (16 pro radice & 7. pro reſiduo habebis. At 16. à media fractiõe integra uerſus appellãtur, ſcilicet, à 2. ſecũdæ. Nam ſecũdorum locus hoc loco medius eſt, ut gr. mi. 2a. 3a. 4a. Hoc eſt, radix inuenta ſubduplam denominationem eſſentialem habebit reſpectu illius cuius radix quadrata quæritur,

Fractionum Astronomicarū aliæ denominantur à numero.
- Pari ut 2a quarta 6a
- Impari ut mi. 3. 5. 7.

Porro radix Cubica, ut in integris quæritur. Verum inuenta denominanda est à tertia parte propositæ fractionis. Proinde fractiones, quarum cubica radix inuestigatur, ad eandem denominationem quæ in tres partes æqualiter diuidi possit, redigantur ut radix 27 mi. est 3. nonorum. Nam nouem sunt tertia pars, 27.

Hactenus de minutissimis partibus, quibus Astronomi vtuntur.

De

De supputatione quæ fit in Abaco.

## Cap. I.

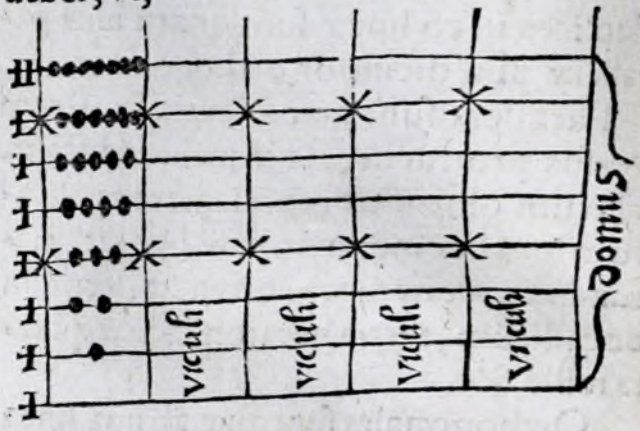
ABacus uulgo mensa dicitur calculatoria quibusdã distincta lineis. In Abaco tria notanda sunt. Primo ꝙ duplices in eo lineæ sunt quarũ aliæ parallelæ, aliæ dicuntur orthogonales.

Parallelæ sunt quæ à dextra sinistram versus protractæ, à se æqualiter distant. Harum officiũ est repręsentare zyphrarum loca hoc modo, infima hoc est, prima linea monadicum ostendit, secunda decadicum, tertia hecatondadicũ quarta mille, &c.

Orthogonales sunt quæ ab ima linea ad summã recta protendunt̃, unde & parallelas ad angulos rectos intersectãtur. Has ob uarias monetarũ appellationes ad distinguendos uiculos & euitandã cõ fusionẽ inuenerũt. Secundo notãdum ꝙ in Abaco duplicia spacia sunt quędã. n.

Paral

parallelis conſtringuntur, & vocantur domus. Quædam vero interſecantibus diſtinguntur lineis & dicuntur viculi, Tertio denicꝫ notandum quod quarta linea ex parallelis miliarium ſignificans ſtellula in interſectionis puncto ſignari debet, vt,




Habet & iſta calculandi ratio, ſpecies quas ſupputatio figuralis.

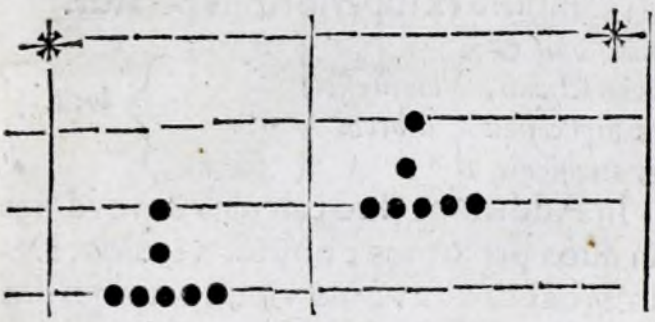
## DE NVMERATIONE.

## *Cap. II.*

NVmeratio, quæ calculis fit, eſt cuiuſcꝫ numeri ſecũdum lineas & ſpacia

cia conueniẽs diſpoſitio, & numeri eiuſdem ſic diſpoſiti debita expreſſio.

In numeratione conſideratur valor, linearum & ſpaciorum. De linearum valore præcedenti cap. dictum eſt. Calculus autem in ſpacio poſitus quinquies plus ſignificat, quàm ſi idem in linea in deſcenſu proxima poneretur. Item præterea calculus in ſpacio poſitus dimidiũ oſtendit calculi in ſuperiori linea poſiti, vt,



Numero vt dictum eſt, per literas & ſpacio depoſito, maximus primo exprimatur, vt,



hoc est, 288469.

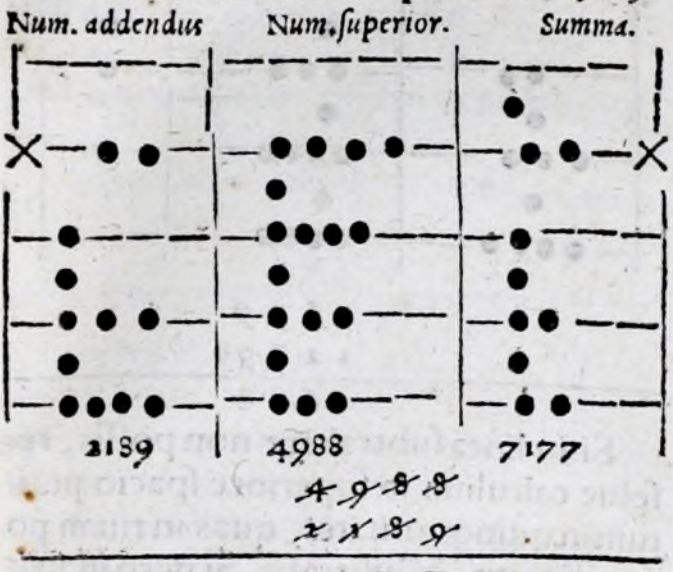
DE ADDITIONE.

Definitio ex superioribus petatur.

*Additionis & Subtractionis, Multiplicationis & Diuisionis* initiũ esse debet in *infimis summis* locis.

In Additione duo calculorum ordines in dũos proximos ponũtur viculos. Deinde oẽs calculi vnius viculi transferunt in eadem & spacia & lineas alterius viculi. Hac solũ cautiõe seruata vt pro quinq; calculis in linea positis locetur vnus in proxi

proximũ ſuperius ſpaciũ, pro duobus uero calculis in ſpacio iacentibus, ponat̃ vnus in lineam in aſcenſu proximam, vt,




7177

## DE SVBTRACTIONE.

Subtractio eſt numeri à numero ſubductio.

In ſubtractione quoq; duo calculorũ ordines ſunt, Superior, & Subtrahẽdus, è quibus tertius (relictus ſcilicet) ſubtractiõe facta elicitur, Subtractio in infimis

vt dixi, locis initium sumit.




2899
1289

1610

Si in linea subtrahere non possis, re-
solue calculum in superiore spacio posi-
tum in quinq; unitates, quas in tuam po
nito lineam, & subtrahe. Si uero in spa-
cio non possis subtrahere, resolue calcu
lum in superiore linea positū in duas uni
tates, quas in tuum pone spacium, & sub
trahe. ut,

EXEMPLVM DE
*Linea.*

Sub

Subtrahendus. Superior. Relictus.

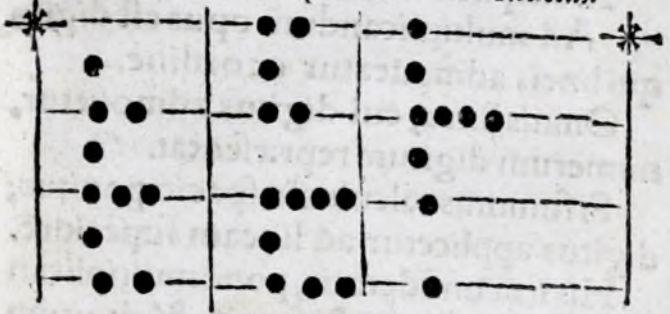


1979
787

1192

EXEMPLVM DE SPACIO.

Subtrahendus. Superior. Relictus.



2748
787

1961

Quemadmodū eleuatio in Additione, ita resolutio in subtractione frequens est.

## DE MVLTIPLICATIONE.

Multiplicatio est ex unius numeri ductu alicuius tertij inuentio.

In Multiplicatione multiplicans non in Abacum ponitur, sed mente solet teneri.

In Multiplicatione multiplicans considerādus est, an scilicet par uel impar sit.

Multiplicatio in summis locis incipit.

Ad multiplicandum opus est digito qui lineis admoueatur ex ordine.

Omnis linea, cui digitus admouetur, numerum digitum repræsentat.

Si summus calculus in spacio ponitur, digitus applicetur ad lineam superiorē.

His ita consideratis, pone multiplicandum, ad suas lineas & spacia, & digitum summæ lineæ admoueto.

Si multiplicās est par ex quolibet calculo

culo multiplicandi in linea posito, totus è regione eiusdē lineæ constituatur multiplicans.

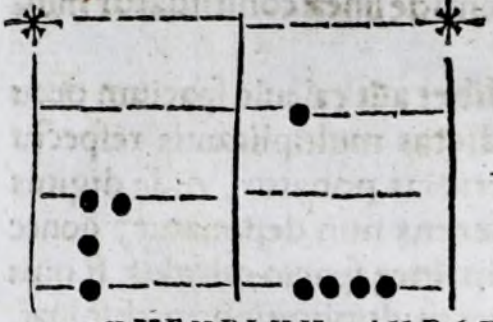
Ex quolibet aūt calculo spacium occupante, medietas multiplicantis respectu lineæ superioris ponatur, vnde digitus lineæ adhærens non deponatur, donec sub eiusdem lineę spacio calculus, si quis adfuerit per multiplicationem absoluat.

Si uero multiplicans est impar, digitū ut prius ad lineam pone, & ex singulis calculis in linea iacētibus, totum è regione multiplicantem ponito, deinde ex singulis in spacio sitis, medietatē maximi paris, qui in impari multiplicante est, ponas è regiōe cum dimidio unius quòd sub eiusdem lineæ locetur spacio.

Absolutis ergo omnibus calculis in linea & eiusdem lineæ inferiori spacio positis, applica digitum in descensu sequenti lineę, & ut prius agas, ita & cum omnibus inferioribꝰ operare lineis & spaciis.

EXEMPLVM PARIS.

Multiplicandus. Summa.



26
4
104

EXEMPLVM IMPARIS.

Multiplicandus. Summa.



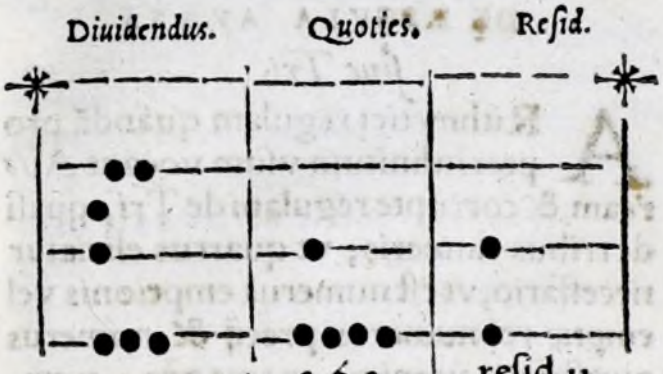
26
5
130

DE DIVISIONE.

Diuiſio quoq; in ſummis locis incipit, & diuiſor mente tenetur, digitusq; oppo nitur. Ponatur ergo digitus ad lineam in qua diuiſorem habere poſſit, & quoties totus

totus aufertur diuisor, toties & vnitas e regione eiusdem lineæ, quàm digitus tangit, locetur. Debet autem in vna linea quoties potest auferri. Deinde cum digito tam diu descende donec diuisorem iterum habere possis, idq; in finem vsq; obseruetur, vt.

Exemplum vbi diuisor est 18.




Exemplum aliud in quo Diuisor est 72. & nullum residuum.




Hactenus de calculis.

## DE REGVLA AVREA siue Tri.

ARithmetici regulam quandā propter infinitum vſum vocant Auream, & corrupte regulam de Tri, quaſi de tribus numeris, vt quartus eliciatur neceſſario, vt eſt numerus emptionis vel emptæ rei numerus precij & numerus quæſtionis, vt enim 10 poma pro 2. nummis, quanti emo 60. poma.

### CANONES.

Numerus emptionis ſiniſtrā verſus locet, Numerus quæſtiōis vero dextrā verſus, inter vtrūq; numerus precij mediet.

Quem

Quemadmodum numerus primus & tertius, ita secundus & quartus per regulam inueniēdus, nomine & re correspondeant.

Nomine & re, ut { denarius denario, ulna ulnæ / ulna panno, denarius aureo.

Proportio primi & secundi ea est, quę tertij & quarti, quæ item primi & tertij est, eadem quoq; secundi & quarti.

Numeris iuxta primam regulam dispositis, ducatur secundus in tertium, & productum diuidatur per primum, & in quotiente quartus proueniet quæsitus, ut 6. oua emo 4 nummis, quanti emo s46. oua. Secundus in tertium ductus facit 3384. Summa per primum diuisa facit in quotiente (564 nummos.

Si diuisor diuidendo maior est, frangatur diuidendus in partes minores, ut si diuidendus sit aureus, dissoluatur in denarios, cruciatos nummos, aut obolos.

Si numerus secundus fractiones annexas habet, frangantur eiusdem numeri integra in fractiones eiusdem denominationis.

Si primus & tertius fractiones habēt, vtriusq; integra in suas soluant minutias.

Aureus facit { 120, 150, 180, 210, 240 } nūmos { Argentinenses. Friburgenses. Constantienses. Vlmenses. Thuricenses.

*Sequuntur alia & iucunda & utilia.*

## DE INVENTIONE CYCLI *Solaris Indictionis, & Aurei numeri.*

Annis Christi adde 9 3 productū diuide 1

per 15 & residuū erit Ciclus { 28 Solaris, 19 Indictiōalis, Aurei nu.

Quòd si diuisione facta, nihil remanserit, diuisor quæsitum ostendet.

An

## AN ANNVS CVRRENS *sit Biſsextilis.*

ANnos Chriſti diuide per 4. & in reſiduo denominatiõem anni currentis inuenies. Quòd ſi poſt operationẽ nihil remanſerit, diuiſor quæſitũ oſtẽdet.

Denominatio anni currentis eſt, an ſcilicet annus ſit biſextilis, aut primus, aut ſecundus aut tertius poſt biſextum.

Subſcriptis verſibus ſegregantur 15. Chriſtiani à Iudæis totidem.

*Nondum pœna mina ad te declinat Aeneas.* 9
*Rex franci cum gente bona dat ſigna ſerena.* 10
*Anglia dat lites tibi lætas tempore factas.* 7

## RESIDVVM *alicuius numeri ignoti, ita deprehendes.*

Numero mente cõcepto æqualem adde producto, numerum quem voles, adiice, à toto poſtea producto dimidium remoue, à dimidio item relicto æqualem paulo poſt additum ſeiunge, & ſemper relinquetur medietas numeri vltimo additus impar fuerit, reſiduum quoq; impar erit cum ſemiſſe.

## AENIGMA DE TESSERA-
*rum ſumma inquirenda.*

Proïjce ſemel duas teſſeras, & producto quod in ſumma earum ſuperficie eſt, adde alterius teſſeræ ſummæ quæ in ima ſuperficie latet, & unum collige productum. Eandem deinde teſſeram recipe ſimul & proïjce, & ſummam quæ in ſumma ſuperficie apparet, adïjce priori producto, & rurſus unum productum colli-ge. Id ergo productum, ut ænigma propoſitum ſolues, ſi teſſerarum numero, quem in ſumma ſuperficie uides, ſeptem adiungas.

## DE OCCVLTE INQVIRENDA
*ſumma pecuniæ, uel alterius rei eiuſdem denominationis.*

Quæritur quonã pacto ſumma quæpiam incerta propoſita quantitatẽ ipſius citra numerationem ſcire liceat, ita agas, dic habenti, ut eam numeret per tria nu-

meration

meratiõe facta quid ſuperſit, interroga, ſi ſupereſt unitas, ſignes tibi 70. Si duo remanent, ſignes tibi bis 70. hoc eſt 140. Quo facto dic habenti, ut ſummam per quinq; numeret, & hac numeratione facta, toties ſignabis 21. quoties unitatẽ in reſiduo ſupereſſe intellexeris, tandẽ dic habenti, ut eãdem ſummam per 7. numeret, & quot unitates, numeratione facta remanſerint toties 15 ſignato. Summam deinde omnium ſignatorũ collige, à collecto aufer quoties potes 105. & reſiduũ oſtendet ſummam prius ignotam.

## IN MENSA ANNVLVM

*inueſtigare quem utra quis manu, quo digito, quoúe teneat articulo.*

Iube Arithmeticę gnaram à ſe ad eum uſq;, qui annulum habeat, numerare, numerumq; duplare, Addere 5. productũ multiplicare per 5. Addere poſtea numerum digiti: ita tamen ut dextræ manus minimus primus ſit, & ſiniſtræ pollex fiat

fiat sextus, &c. Iube totum deinde multiplicare per 10. Addere producto articulum, ita ut si primo digiti habeat articulo addat 1. si secundo 2. si tertio 3. Articulus autem ungui proximus, primus est. Quære omniū iam dictorum summam à qua 250. subtrahe, & remanebunt tres figuræ, quarum prima (ordine retrogrado seruato) articulum, Secūda digitum, Tertia uero repræsentat personam ordine sedentem & annulum habentem.

## ALIA RATIO INQVIrendi annuli.

Principio quęritur habentis ordo, numerus duplatur. Addūtur producto 7. Multiplicatur totum per 5. postea manuum numerus additur ita, ut si dextra fuerit, adijcitur 1. si siniſtra 2. totum deinde multiplicatur per 10. Producto numerus digiti adiungitur, ita ut utriusq; manus pollex primus sit, totum postea multiplicatur per 10. Additur producto articulus, inter articulos autē ungui proximus

proximus, primus est. Ab hac tandem summa subtrahuntur 3500 & residuum quatuor habebit figuras, quarū prima (ordine retrogrado notato) articulum ostendit. Secunda digitum, Tertia manum, & Quarta habentem annulum.

## PARADIGMA DE *Chartis.*

Iube in utrāq; manum chartas aliquē accipere, ita ut numerus in una manu par, in altera sit impar. Dic deinde ut uniusmanus (quā tu uis) chartas occulte duplet, & duplato addat chartas alterius, deinde sciscitare an productum par sit uel impar. Si par numerus illius manus (quam uoluisti) impar, si uero productū impar fuerit, manus tua par erit.

## PARADIGMA DE *Tabellionibus.*

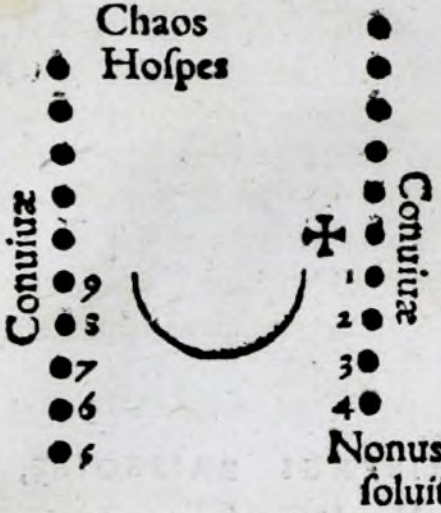
Tabellio in singulos dies 6. milas absoluit eundo, & iam tertius post suū abitum

tum dies agitur, & sic peregit 18 milas Quarto autem die alius post eum mittitur qui expeditius proficiscens singulis diebus pertransit 8 milas. Quæritur ergo quot dierum spacio sequens præcedentem tabellionem attingat. Subtrahe 6 ab 8 & manent duo. Diuide igitur 18 per 2 & in quotiente quæsitum habebis.

ALIVD.

Duo nuncij sunt, quorum alter à Friburgo abit Romam singulis diebus 6. milas peragens. Eadem hora è Roma alter Friburgum proficiscitur singulisq; diebus absoluit 8 milas. Distat autem Friburgum Brisgoicum à Roma 100 milis. Quo igitur die ambo nuncij conueniunt. Adde 6 & 8 faciunt 14. Diuide 100 per 14 & habebis quæsitum ut $7\frac{2}{14}$

Chaos




Hoſpitibus decem diſtribuuntur lecti nouem, ſic vt ſingulis lectus cedat.

●●● Sextum leua octauum & leua, & ponito.

ALIVD *de eodem.*

●● ●●●●●●● Contentio inter duos de occupando lecto.

FINIS.



FRIBVRGI BRISGOIAE,
*Stephanus Grauius*
*excudebat,*

Anno M. D. L.

# ARITHMETICAE PRACTICAE METHODVS FACILIS,

per Gemmam Frisium Medicum ac Mathematicum.



VVITEBERGAE.

ANNO M. D. LV.

## STIGELIVS.

Soli homini numerare datum est, hanc indidit artem
Cum prima nobis relligione Deus,
Qua ceu matre sata est, quæ diuidit omnia punctis,
Semen ab his artes omne duabus habent.
Has igitur meritò geminas Plato credidit alas,
Quæ nostros animos ardua ad astra uehant:
Illa uiam ingenuas meditando munit ad artes
Per quas maiestas conspicienda Dei est:
Communem uitæ parit hæc ciuilis ad usum
Organa Mechanica quæq; regenda manu.
Quare, qua poteris duce, posteriore potiri,
Frisius hic monstrat Gemma prioris iter.
Qui nescit numeros, numerandi aut respuit artem,
Eloquio ut careat dignus & ille fuit.

## ALBERTVS.

Hic numeris constat rerum pulcherrimus ordo,
Quem nisi per numeros cernere nemo potest,
Si iuuat ergo uices naturæ noscere miras,
Prima sit hæc numeros discere cura tibi.

# ORNATISSIMO VIRO AC

merito Venerando Patri D. Guilielmo Rhetio, apud diuum Michaelem Antuerpiæ priori dignißimo &c.

Gemma Frisius,

S. D. P.



Mnes qui hac tempestate elucubrationum suarum fructu aliquo Reipublicæ prodesse uolunt, mi Rheti ornatißime, id mihi polliceri uidentur, immò præstare meritò debent, uti omnino aliquid in lucem proferant, quod maiores nostros effugerit, aut minimum inuenta eorum superet, ac quodammodo emendet. Me uero si quispiam rogitet, cur post tot ferè myriades auctorum, qui de Arithmeticis rebus scripserunt, iam tandem actum agere, Penelopesq; telam retexere aggrediar, huic candidè in hunc modum respondeo uolo, Quum sua quodq; tempus proferat ingenia, multum sane inter se distantia, neq; id solum diuerso temporis tractu eueniat, sed uno eodemq; die comperias mille hominum mores & diuersa iudicia, fit hinc ut quantumuis uarij de eadem re auctores ab alijs atq; alijs colantur & expetantur, quia certe (ut ille cecinit) Τῷ δ' ἕτερον μὲν ἔδωκε πατὴρ, ἕτερον δ' ἀνέευσεν.

Proinde & nos amicorum precibus compulsi sumus, Arithmetices aliquam compendiariam rationem ac facilem, quam nescio quo argumento nos efficere posse collegerunt, in lucem euulgare. Non quod nostra hæc meliora iudicemus ijs, quæ à uarijs ante nos tradita sunt, uerum quod ipsis magis arriserint, quàm ea quæ sæpe inter docendum percurrere soleo, quorum alia obscuriora uisa sunt, nonnulla nimium Laconicè dicta, illa contra prolixitatis accusanda. Quum igitur multis argumentis exploratum habeam, me in tuorum numero amicorum non posteriori abs te loco habitum fuisse semper, egoq; te uicissim ab ea usq; consuetudine, quam Matheseos mutua inter nos collatio primum peperit, unice amauerim ac coluerim, Tuq; adeo huiusce editionis incitator & auctor fueris inter alios præcipuus, præter decorum duxi & ab officio alienum, tantilla in re abs te potissimum atq; alijs amicis conatum meum desiderari. Qui qualiscunq; est, merito tibi dedicandus uidetur, qui harum rerum adeò non es ignarus, ut secundum tibi cognouerim ἐν τοῖς Μαθηματικοῖς in his nostris finibus neminem, ut interim taceam linguarum meliorum, sacrarumq; literarum peritiam. Quæ omnia ad miraculum usq; summis non solum laboribus, uerum etiam cum bonæ ualetudinis non parua iactu-

ra consecutus es. Accipe igitur pro tuo in nos fauore hæc quamuis exigua, ac remissis interim grauioribus curis, ne tertiò nos aduersa ualetudine oppressus inuisas, hæc leuiora perlege, corrige, ac pro censoris officio omnia immuta. Quod reliquum est, fac ut rectius ualetudinem tuam cures, meq; ut soles amare non desinas. Vale Louanij quinto Kalend. Ianuarij.

# ARITHMETICAE

Practicæ methodus facilis, per Gemmam Frisium Medicum ac Mathematicum, in quatuor partes diuisa.

## PRIMA PARS DE SPEciebus Arithmetices.



Vmerare est cuiusuis propositi numeri valorem exprimere, atque etiã quemcunq; datum numerũ, suis characteribus adsignare. Duo igitur sunt præcipua, per quæ cùm numeratio, tùm reliquæ deinceps Species, perficiuntur, characteres siue elementa, & eorum loca. Elementa sunt decem, quorum nouem significatiua, vnum non significatiuum, quod, ob receptam consuetudinem, cyphram deinceps appel-

labimus, scribiturq; vt litera o. vel circulus.

Significatiua sunt. Notæ.

1 2 3 4 5 6

vnum, duo, tria, quatuor, quinq;, sex,

7 8 9.

septem, octo, nouem.

Hæ notæ solæ quidem tales obtinent singulæ valores, at si cum alijs coniungantur, vel cum cyphra, infinitis modis augentur, quod quidem fit ob loci solum mutationem, quemadmodum vulgo dici consueuit, honores mutant mores, ita nimirum hic loca notarum valorem augent. Quælibet igitur notarum primo loco posita, seipsam tantum simpliciter significat, hoc est, quantum ex impositione prima valet, vt 6, sex, 8, octo, &c. (Primum autem appellamus dextrum locum, eò quòd hæc ars à Chaldæis ortum habere credatur, qui etiam eo ordine scribunt.) Secundo loco, qui deinde

Loca.

Ordo numerorum.

leuam versus sequitur, nota quæuis seipsam decies significat, 80 octoginta. 70 septuaginta &c. Tertio deinceps loco, quęuis figura se centies auget, vt 8000 octingenta, 600 sexcenta. 200 ducenta, cyphræ vero hic loca tantum occupant.

*Cyphra.*

In his ergò tribus primis locis quemuis studiosum primum diligenter exercitatum velim, nam illis cognitis, facile quemcunq; numerum expresserit, etiam si multò pluribus constet elementis, quod quidem ita facile fiet. Distingue primo numerum propositum, virgula interiecta post ternas singulas figuras, initio facto à dextris atq; ita ad finem, vt 3 | 534 | 560 | 782. Iam contrario ordine à leua exprime omnes figuras quæ post vltimam virgulam habentur secundum figurarum & locorum variationem, ita vt primam figurarum à virgula simpliciter, secundam decies, tertiam centies enuncies, ac si nullæ aliæ

*Numerationis cõpendium.*

3|534|560|782

læ aliæ præterea essent notæ, Verum his toties hanc dictionem, millies, adijce, quod sunt à principio huc vsq; virgulæ, quot tamen vt latinè fiat, post primam virgulam, millia dices, post secundam, millena millia, post tertiam millies millena millia, post quartam, millies millies millena millia, atq; ita infinitis deinceps modis, qui sane à quarta virgula latinam ( fateor ) locutionem haud facilè admittent, verum nos artis potius quàm latinæ linguæ præcepta tradere voluimus, sua etiam cuiq; arti phrasis, Exempli gratia subijcia-mus huius numeri sequentis valorem explicandum, 234563456 78. Distinguendus erit primum, vt diximus, interiectis vel notulis vel virgulis, hoc pacto 23 | 456 | 345 | 678. Deinde simul connumerentur figuræ duabus virgulis intercluſæ, hac ratione, vicies & ter millies millena millia, quadringenta quinquaginta sex millena

*Numeros exprimẽdi modus.*

*Exemplũ.*

*Obseruandum.*

millia, trecẽta & quadraginta quinque millia, sexcenta & septuaginta octo. Atq; hic obiter obseruandum, vti duæ figuræ proximæ à virgula simul pronuncientur, vt loquendi vsus exigit. Ex his deinceps haud difficile fuerit propositum aliquem numerum suis characteribus adnotare, habita scilicet ratione, tùm figurarum tùm locorum.

## Numeri in Species diuisio, quarum notitia ad sequentium vsum non parum facit.

*Numerus.*

NVMERum autores vocant multitudinem ex vnitatibus conflatam. Itaq; vnitas ipsa numerus non erit, sed numerorum omnium principium. Quemadmodum enim ex fluxu puncti in longum linea describitur, ita ex vnitatibus accumulatis numerus efficitur. Diuiditur autem in digitum, articulum, & compositum numerum. Digitum voca-

*Numeri diuisio.*

vocamus omnem numerum denario minorem, sunt q; in summa nouem, scilicet, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. quæ paulò ante Elementa significatiua appellauimus. *Digitus.*

Articulus, est numerus quicunq; in decem æquas partes diuidi potest, easq; integras. Hoc est, omnis numerus pluribus quàm duabus constans notis, qui in sui principio, hoc est, dextra parte, cyphram obtinet vt 10. 20. 30. 60. 100. 600. 3000. 360. &c, Sunt autem sine numero articuli. *Articulus*

Compositus est numerus, qui ex digito articuloq; nascitur, taleq; sunt omnes numeri, quorũ prima figura non est cyphra, verbi gratia, 28. 91. 102. 132. 1003. atq; huiusmodi infiniti. *Compositus numerus.*

Partiuntur etiam autores numerum in parem & imparem, quorum ille in partes æquas est diuisibilis, hic neutiquam. Possunt q; plures aliæ numerorum diuisiones fieri, vt in perfectum & abundantem, in quadratum, cubum, surdum *Numerorum aliæ diuisiones*

dum &c. in primum & non primum; Sed quoniam hæc citra sequentium specierum noticiam intelligi nequeunt, maluimus in suum locum, tempusque commodum seruare.

## DE ADDITIONE PRIMA Specie.



Vatuor omnino sunt Arithmetices species, per quas omnes regulæ quæstionesq; omnes fere perficiuntur, vocamus autem species certas operandi per numeros formas, quemadmodum in Dialectice argumentorum formæ, quatuor comprehenduntur speciebus, Syllogismo scilicet, inductione, enthymemate, & exemplo. Prima harum est Additio, quæ plures numeros in vnam summam colligere docet, vt finge te expendisse vno anno 367 aureos, altero, 765, docet hæc species duos hos numeros vna explicare & complecti summa.

*Additio.*

Ob

Obſeruandum igitur primò, vti maior numerus ſuperiori loco ſcribatur, minores huic ſubſcribãtur, hac lege, vt prima inferiorum primæ ſuperiorum è directo ſubijciatur, ſecunda ſecundæ, tertia tertæ, atq; ita deinceps. Quibus ita collocatis, ſubtus ducatur linea, factoq; initio à dextris, collige omnes figuras primi ordinis ſiue loci in vnam ſummam, eam, ſi vnica figura ſcribi poteſt, ſubſcribe omnibus primo loco poſitis, ſin vero duabus ſcribi oportet, ſcribatur dextra, reliquam ſerua vel memoria, vel ſubtus annota, aut facilius, adijce eam cum figuris ſecundo loco poſitis, factamq; ex omnibus ſummam eodem modo ſubſcribe, ſi vnica fuerit figura, ſin duæ, dextram ſcribe, ſiniſtram ſequenti ordini adijciens, ſicq; pergere non deſinas, donec omnes ordines collegeris. Atq; hic ſi in fine numerus duabus figuris ſcribendus occurrat aut pluribus, integrè ſcribatur, iamq; hoc pacto

*Additionis modus*

pacto plures numeros in vnam ſummam vltimam ſcilicet collegiſti.

Exemplum duorum numerorum.

Exemplū.

| | |
|---|---|
| Addendi | 230456 |
| | 67821 |
| Summa | 298277 |

Exemplum plurium numerorum.

| | |
|---|---|
| | 4320652 |
| | 9308765 |
| Addendi | 3600321 |
| | 4308760 |
| | 567891 |
| Summa | 22106389 |

Declaratio ſecundi Exempli.

*Exempli ſecundi declaratio.*

Omnes numeri primi ordinis, efficiunt 9, ea ſubſcribo, ſecundi ordinis omnes numeri, ſcz, 9 | 6 | 2 | 6 | 5, faciunt 28, ſcribo igitur 8, & duo adijcio ſequenti tertio ordini, quæ ſimul cum

cum alijs conficiunt 33, scribo 3, & 3 adijcio sequenti ordini, atq; hic colligo 26. subscribo 6. & 2 adijcio quinto ordini, quæ cum alijs faciunt 10. quare subnoto 0. vnitatem adijcio sexto ordini, quæ cum hac vnitate efficit 21. annoto 1. & 2. coniungo cum vltimo ordine qui constituit 22. quæ cum in fine accidunt, ita subscribo integrè.

## EXAMEN ADDITIONIS.

Prova additionis

Collige omnes numeros addendos per singulas figuras discurrendo, neglecto ordine figurarum, atq; interim dum excrescit numerus, abijce 9, residuum reliquis adijcito, donec omnes ita percurreris, & quod tandem post collectionem & abiectionem 9, relictum fuerit, annota, nam si rite operatus fueris, similis figura relinquetur, si omnes summæ numeros siue characteres colligas, atq; interim dū

potes

potes 9 abiícias. Sufficit hoc examen diſcentibus, alioqui certius per ſubductionẽ ſequentem ſpeciem effeceris.

Notandũ in Additione.

Si interdũ (quod rarum eſt) ex additione vnius loci tres figuræ prodeãt, tum prima ſcribatur ſub primis, ſecunda adiiciatur ſecundo ordini, tertia tertio.

| | |
|---|---|
| | 9279 |
| | 389 |
| | 479 |
| | 599 |
| | 689 |
| | 779 |
| Addendi | 899 |
| | 989 |
| | 679 |
| | 299 |
| | 189 |
| | 96 |
| | 97 |
| Summa | 15462 |
| | 112 |
| | 105 |

## DE SVBDVCTIONE SIVE Subtractione ſecunda Specie.

Subductio

AEc Species docet vnum numerum ex altero auferre, vt videatur reliquum, vel exceſſus duorum numerorum, con-

contra quam præcedens Species, vt si quispiam debeat ex mutuo mihi 30263486 aureos, soluerit autem 765432. scire cupio quantum restet soluendum. Scribe igitur minorem sub maiori, ita vt singulæ figuræ singulis respondeant, facto initio à dextris, hoc pacto. *Praxis.*

30263486
765432

29498054

Deinde aufer primam inferioris ex prima superioris ordinis, vt 2 ex 6 restant 4, ea subscribe. Simili modo secunda ex secunda, vt 3 ex 8, restant 5. Hæc subscribe, atq; ita deinceps in finem vsq;. Quòd si duæ figuræ occurrant æquales, ijs subscribatur 0, vt in exemplo proposito, tertio loco 4 ex 4, restat nihil, hoc scribimus per cyphram 0. Si vero inferior figura superat valore superiorem, vt in quarto loco nostri exempli accidit, 5 enim ex 3 non *Si æquales sint subtrahendi.* *Cum superior minor est.*

Notandū. non possunt auferri. Id quoties euenit auferenda inferior ex 10 semper, quod hinc relinquitur, adijciendum superiori figuræ, summa hæc subnotanda. Verum caute iam obseruandum est vt vnitas adijciatur figuræ inferiori proxime sequenti, atq; tum deinceps ad finem secundum has leges progrediendum. Vt Exemplū. quoniam quarto loco nostri exempli 5 non possunt auferri ex 3, aufero illa ex 10, restant 5, quæ adijcio superiori, scilicet 3, fiunt 8, hæc sub quinq; annoto. Iam vero sequenti inferiori addo 1, fiunt 7, quæ rursus auferenda sunt ex superiori 6 scilicet. At quoniam non possum (cum sit maior) subduco 7 ex 10, restant 3, quæ addijcio superiori 6, fiunt nouem, ea subscribo, atq; iterum eandem ob causam sequenti adijcio 1, fiunt 8, quæ rursus (quia excedunt superiorem numerum) aufero ex 10, restant 2, hæc adijcio superiori, fiunt 4, quæ subscribo. Iam vero sequenti figuræ

mihi

mihi adijcienda foret vnitas, ſed nulla ſequitur in inferiori ordine, quare loco tantum ſequenti adijcienda vnitas, quæ auferenda ex ſuperiori ſcilicet o, ſed quid auferes inde vbi nihil eſt? Aufer igitur 1 ex 10, reſtant 9, quæ adde ſuperiori o, manent 9. ea ſubſcribe, Rurſus hic adijcienda vnitas vltimo loco inferiori, quæ ablata ex 3, ſuperiori ſcilicet numero relinquit 2 ſubſcribenda.

*Nota cum inferiori loco nulla figura ponitur.*

Aliud Exemplum.

| | |
|---|---|
| 6002103909 7 | *Numerus ex quo ſubducitur.* |
| 2903991 6 | *Subducendus.* |
| 5999199918 1 | *Reſiduum.* |

Notandum ſi plures fuerint numeri ſubtrahendi ab vno, tum primum per præcedentem doctrinam illos colligе in vnam ſummam, hanc aufer ex propoſito numero. *Notandū.*

Examen Subductionis.

Adde numerum quem ſubduxiſti

ad reſiduum, quod inde producitur æquabit primam ſummam, ſi bene fueris operatus.

Alius modus.

Vel abiſce 9 quoties poteris ex ſecundo & tertio numero, nulla habita ratione ordinis aut loci, reſiduum ſerua, ſimiliter ex ſumma prima ſeorſum reiſce 9, quoties licuerit, quod tandem reſtat, æquale erit priori relicto numero.

## MVLTIPLICATIO TERtia Species.

*Multiplicare.*

MVltiplicare eſt ex ductu vnius numeri in alterum numerum producere, qui toties habeat in ſe vnum multiplicantium, quoties alter vnitatem. Hoc eſt, multiplicare eſt numerum quemcunq; aliquoties, aut multoties exaggerare, vt 23 multiplicare per 6, eſt 23 ſexies exaggerare, Quoniam vero tota hæc ſpecies ex ductu digitorum in ſe inuicem dependen

pendet, non fuerit ocioſum digitorum multiplicationem antea omnia edocere. Si igitur libet colligere quantum conficiant 8 ducta in 9, hoc eſt, octies nouem, vel 7 in 8, &c. Scribe digitum vnum ſupra alterum hoc pacto. Deinde diſtantiam vtriuſq; ad 10, ad latus, iam duc diſtantiam alteram in alteram, hoc eſt, pronuncia alteram aduerbialiter cum altera, vt bis vnum efficit 2, hæc ſubſcribe diſtantijs, tandem aufer diſtantiam alterius per tranſuerſum ex altero digito, reſiduum ſubſcribe digitis, vt 2 ex 9, vel 1 ex 8, ſuperſunt 7, ea ſcribe. Itaq; iam inueniſti octies 9 efficere 72.

Digitorum multiplicatio in inuicē.

Digiti diſtantiæ.

9 × 1
8 × 8
7 2

Exemplū.

## Aliud Exemplum.

Placet indagare ſexies 7, quantum efficiant. Dico ter quater ſunt 12, annoto 2 ſub differentijs vnitate ſeruata,

Digiti diſtantiæ.

6 × 4
7 × 3
4 2

Exemplū aliud.

deinde aufero 3 ex 6, aut 4 ex 7, superſunt 3, quibus adiicio vnitatem ſeruatam, fiunt 4, hinc colligo, ſexies 7, efficere 42. Hęc tamen regula te fallet, niſi duo digiti ſimul iuncti plus decem efficiant.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 |
| | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 2 |
| Qua= | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 3 | |
| dra= | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 4 | | |
| ti | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 5 | | | |
| nu= | 36 | 42 | 48 | 54 | 6 | | | | |
| me= | 49 | 56 | 63 | 7 | | | | | |
| ri. | 64 | 72 | 8 | | | | | | |
| | 81 | 9 | | | | | | | |

## Tabulæ vſus.

Per tabellam autem hanc poteris ad tempus ruditati ſubſeruire, donec vſus te ab hac moleſtia liberauerit. Si enim

maio-

maiorem digitorum quæras in primo ſuperiori ordine, minorem in dextro latere, concurſus duorum ordinum indicabit numerum, quem digitus propoſitus in alterum ductus conſtituit.

Age igitur, multiplicaturus numerum quemcunq; per alterum, ſcribe vtrunq; illorum ordine ſeruato quem in Additione ſeruandum diximus, ita vt maior ſuperiorem obtineat locum. Exempli gratia, 267 dies volo redigere ad horas, hoc eſt multiplicare per 24, ſcribo vtrunq; hoc ordine, deinde lineam ſubtendo, mox duco primam inferioris ſcilicet 4, in primam ſuperioris, dicens, quater 7 efficiunt 28, quoniam vero hic numerus duabus figuris notatur, ſcribo, quemadmodum in additione priorem, ſcz 8, altera ſeruata, alioqui ſi vnica tantum prodijſſet figura, eam ſub ſcripſiſſem, poſtea duco eandem primam inferioris 4 in ſecundā ſuperioris, faciūt 24, quibus adijcio 2 prius ſeruata,

exurgunt 26, priorem huius subscribo, altera seruata, tandem duco eandem primam inferioris numeri in tertiam superioris, fiunt 8, quibus adijcio 2 mox reseruata, prodeunt 10, quæ integre annoto, quia ad finem perducta est operatio. Quibus actis, perfecta esset multiplicatio si inferior numerus ex vnica tantum constaret figura. At quoniam ex binis constat, priori cancellata siue deleta, cum altera scilicet 2, incede eodem modo multiplicando in singulas superioris vsq; ad finem.

| | | |
|---|---|---|
| Multiplicandus | 267 | |
| Multiplicans | 24 | |
| | 1068 | Adde |
| | 534 | |
| Productum | 6408 | |

Obseruandum. Verum hic obseruandum est, vt prima producti numeri collocetur non sub

sub prima secundi, sed sub secunda, ex cuius multiplicatione productus est numerus, reliquæ per ordinem deinceps componantur. Similiter si tres fuerint aut plures figuræ numeri multiplicantis, eas oportet singillatim in omnes superioris ducere, productos vero numeros sub suis multiplicantibus initium facere, reliquas figuras ordine consequi, vt in exemplis patet. Demum numeri sic collocati, colligendi sunt in vnam summam, quotquot ex multiplicatione producti sunt, non ut in additione dictum est, primam adijciendo primæ, &c. sed vnaquęque ad suum locum sub quo posita est, colligatur, summa hinc proueniens, productus appellatur numerus, ex ductu vnius numeri in alterum. Vt si Dux exercitus debeat soluere exercitui 67083 militum singulis 8 aureos, quęstio est quanta opus sit summa pecunię? Exurgunt quingenta triginta Exemplū.

ſex millia ſexcenta ſexaginta quatuor aureorum.

| | |
|---|---|
| 67093 | Milites. |
| 8 | Aurei ſingulorũ, |
| 536664 | Aurei omnium. |

Item placet reducere annos Chriſti 1536 elapſos ad dies, quoniam quilibet annus conſtat diebus 365 exceptis intercalaribus, multiplico 1536 per 365, prodeunt dies 560640, præter intercalares, quos in præſentiarum omittimus.

| | |
|---|---|
| 1536 | Anni. |
| 365 | Dies anni vnius. |
| 7680 | |
| 9216 | |
| 4608 | |
| 560640 | Dies omnes. |

Compendia aliquot Multiplicationis.

Multiplicaturus numerum quemcunq;

cunq; per 10, præpone multiplicando numero 0. Vt 367 per 10, faciunt 3670. Si vero per 100 multiplicaturus es, præscribe duas cyphras, per mille tres, Ac simili ratione in alijs, vbi vltima figura vnitas est, reliquæ cyphræ. Quod si in his vltima non fuerit vnitas, sed vel alius ex digitis vel plures fuerint significatiuæ; tum reiectis cyphris, quæ tum in multiplicantis, tum etiam multiplicandi initio fuerint, per significatiuas peragito operationem, facta tamen multiplicatione numero producto totidem cyphras præscribito, quot reiecisti ex vtroq;, ut 3600 multiplicaturus per 7200, reijcio quatuor cyphras. Deinde multiplico 36 per 72, exurgunt 2592, quibus præpono 4 cyphras, fiunt 25920000 numerus verè productus.

Per 10.

Per 100.

| | |
|---|---|
| 36 | |
| 72 | |
| 72 | |
| 252 | |
| 2592 | 0000 |

Exa-

# ARITHMETICAE EXAMEN MVLTIplicationis.

Examinatur multiplicatio per diuisionem sequentem speciem. Si enim productum ex multiplicatione numerum diuidas, per alterum multiplicantium, necesse est alterum prodire. Nec est quod aliam expectes examinandi viam, nam aliæ vulgares & falsæ sunt & nullo innixæ fundamento, disce igitur prius diuisionem, quàm examini intendas.

## Duplatio & Mediatio.

Solent nonnulli Duplationem & Mediationem assignare species distinctas à multiplicatione & diuisione. Quid vero mouerit stupidos illos nescio, cum & finitio & operatio eadem sit. Duplare enim est per duo multiplicare. Mediare vero per duo partiri. Quod si hæ operationes sint distinctæ, infinitæ iam nobis exorientur species, triplatio, quadruplatio, &c. sed satis de illis.

*Duplatio.*
*Mediatio.*

Diui-

# PARS PRIMA.
## DIVISIO, QVARTA Species.

Diuidere, est numerum quemcumq; in quotuis partes partiri, quod solent dicere, diuidere est numerum producere, qui toties vnitatem complectatur, quoties diuidendus diuisorem. Numerum enim propositum, quem partiri volumus, diuidendum appellamus. Numerus vero per quem diuisio perficienda est, diuisor appellatur, is est, qui partes denotat in quas alterum diuidere volumus, vt 24 per 6 diuidere, est 24 in 6 partes secare, Dicituręq; hic 24 Diuidendus, 6 Diuisor, 4 Productum siue productus numerus.

*Diuidendus.*
*Diuisor.*

Praxis. Scribe diuidendum suis characteribus loco superiori, Diuisorem sub illo contra atq; hactenus, vltimam figuram sub vltima collocando penultimam

*Prima regula.*

timam sub penultima, & reliquas eodem ordine, facto initio á sinistris.

8628 Exemplum primum.
28 Diuisor.

*Secunda Regula.* Si tamen vltima diuisoris siue inferioris figura excedat vltimam diuidendi, constitues vltimam diuisoris sub penultima diuidendi, reliquas (si quæ sint) ex ordine.

8628 Exemplum alterum.
92

*Tertia re* Quibus exactis, vide quoties Diuisor habeatur in numero supra scripto, quod vt facile fiat, quando diuisor est est duarum vel plurium figurarum, facies quæstionem non de toto diuisore, *Exemplũ.* sed de sinistra tantum figura, Vt si diuidendi sint 433656 aurei 72 hominibus, Primum non colloco 7 sub 4, quoniam vltima diuisoris scilicet 7, excedit vltimam diuidendi scilicet 4, sed sub 3, deinde reliquum. Iam inquirendum, quo-

quoties 62 in 433, is enim numerus est supra scriptus, quod vt facile colligam, dico quoties 7 in 43 numero scilicet supra scripto, quoniam ergo sexies reperio contineri, scribo 6 ad dextram post curuam lineam siue lunarem. Ea multiplico in totum diuisorem, exurgunt 432 scribenda sub diuisore, primam ponendo sub prima diuisoris, reliquas ex ordine deinceps, deinde aufero eundem hunc numerum ex superiori diuidendo numero, reliquum supra eundem diuisorem annoto, vt patet in Exemplo.

```
ø ø 1
4 3 3 6 5 6
  7 2        Diuisor   (6
4 3 2
```

Hæc ergo vna est operatio diuisionis, quam si recte intellexisti, nihil est quod te remoretur in tota reliqua diuisione

Opor-

Oportet autem post vnamquamq; huiusmodi operationem minorem restare numerum supra diuisorem quàm sit diuisor ipse.

Quarta Regula.

Perfecta igitur vna tali operatione si plures restant figuræ diuidendi numeri versus dextram, à quibus non fuit facta subtractio. Transfer diuisorem vno loco deinceps versus dextram, ita vt iam vltima diuisoris eam occupet sedem, quam antea penultima obtinuit, aut breuius, vt quælibet figura vno loco dextram versus transferatur.

1
433656
72

Deinde iterum vt prius inquiratur quoties diuisor in numero supra scripto contineatur, facta, vt antea, quæstione de vltima figura diuisoris, numerus is adscribatur priori figuræ ad dextram, quam intra lineam lunarem,

rem ſecludi iuſſimus, quæ etiam ducatur in diuiſorem, & productus numerus à ſuperiori auferatur, non aliter quam antea dictum eſt. Atq; eo ordine & modo pergendum eſt diuidendo, multiplicando, & auferendo, donec prima diuiſoris perducta fuerit ad primam diuidendi, ſub qua facto huiuſmodi proceſſu poſt ſubtractionem, ceſſabit diuiſoris operatio. Nam numerus qui poſt lunarem lineam continetur, indicabit quoties diuiſor in diuidendo numeretur. Hinc & inualuit, vt hic numerus Quotiens appellaretur apud vulgares. Verum hic notandum, ſi quando poſt translationem diuiſoris, hic in diuidendo numero ſupra ſcripto nullo modo contineatur, quod fit, dum minor eſt, tum ſcribenda eſt cyphra poſt lineam curuam ſiue (vt dicunt) in quotiente, & tum transferendus rurſus diuiſor ad proximum locum, atq; ibi operandum

*Diuiſionis ſummandi.*

*Diuiſionis finis.*

*Notandū in diuiſione.*

dum, vt iam dictum est.

Vt in præscripto Exemplo post translatum diuisorem quærimus quoties 72 in 16, vel quoties 7 in vno suo præscripto, at cum non semel habeatur, nota cyphrã apud 6 in quotiente.

001
433656 (60
72

Atq; rursus translato diuisore quæro quoties 7 in 16? quoniam vero bis habetur, nota 2 apud alias notas *post* lunarem lineam positas, factaq; multiplicatione & subtractione, Et tan-

00121
4334656
72 (602
144

dem translato Diuisore, quæro quoties 7 in 21, scribo 3 apud reliquas notas quotientis, factaq; multiplicatione & subtractione nihil restat.

00121
433656
72 (6023
216

Sed neq; illud prætereundum, si interim ex multiplicatione digiti iam scripti post lineam lunarem, in diuisorem plus exurgat, quàm supra diuisorem scribitur, tum delendus erit ille digitus, & scribendus vnitate minor, idq; eousq; faciendum, donec ex multiplicatione numerus minor superiori euadet, vel æqualis. Vt si velim diuidere 200 aureos per 38, quæro quoties 3 in 20, scribo igitur primum 6. Sed quoniam sexies 38. s. 228 plus valent q̃ 200, deletis 6, pono in locum eorum 5, quæ multiplicata per 38, efficiunt 190. Hunc ergo numerum, quoniam minor est superiore, aufero ab ipso, residuum supra signando, reliquaq; perficiendo, vt antea diximus. *Obseruandum in diuisione.*

10
200
38 (65
190
125 (20 5/6
6

Si igitur nihil post huiusmodi diuisionem restiterit, integre factam esse partitionem significat: sin aliquid residuum fuerit, illud supra diuisorem asscribas post numerum quotientem, interiecta per medium linea, vt si diuidam 125 per 6, restabunt 5, quæ sic adnoto post numerum productum 5/6. Quid vero huiusmodi numerus significet, dicetur in fractis. Exemplum igitur cape tale, Proponuntur 73362-68 dies, quæriturq; quot conficiant annos. Diuido igitur propositum numerum per 365 dies vnius anni, proueniunt 20099 anni, & 133 dies. Operationem vero diligenter perspice quam adscripsimus.

*Exemplũ diuisionis*

13
0003413
7336268 (20099

365365
365365
365

## Compendia aliquot Diuisionis.

Diuisurus quemcunq; numerum per 10 aufer ex dextra parte vnicam eamq; primam figuram, reliquæ enim figuræ productum ostendunt, ablata residuum, vt 3708 diuidendo per 10, Exurgunt 370, restantq; 8. Simili ratione diuidens per 100, aufer duas primas dextras tanquam residuas, per mille tres, per 10000 quatuor, atq; ita deinceps si vltima fuerit vnitas, reliquæ cyphræ. *Compendium primum.* *Secundũ compendium.*

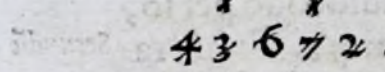
Examen. Facturus periculum recte ne an secus peracta res sit, multiplica numerum productum siue (vt vocant) *Examen Diuisionis*

cant) quotientem per diuisorem, summæ, si quid post diuisionē supererat, adijce, prodibit enim, si bene res habet, numerus diuidendus.

## De Mediatione siue per duo sectione.

Mediationis operationem finitio ipsa indicat, est enim per duo partitio, quare hic præter exemplum nihil adiecero.

### Mediatio.



Hæ sunt igitur quator illæ Species Arithmetices, per quas omnia quæcunq; deinceps dicenda sunt, vel quæ per numeros fieri possibile est, absoluuntur, quare eas quisquis es, ante omnia perdiscas.

## DE PROGRESSIONE.

PRo-

PRogressionis vsum nullum alium inuenio, quàm additionis compendiũ. Si enim plures proponantur numeri ex ordine, se per æquales excessus superantes, talem seriem progressionem vocant, vt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. &c. Item, 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. &c. vel 2. 4. 6. 8. 10. Item, 5. 8. 11. 14. Si igitur talium numerorum quotquot sint, summã cito placet colligere, primo quot sunt numeri addendi vide, numerum hunc nota, deinde adde primum vltimo, summam itidem nota, duc igitur dimidium alterius horum in alterum, prodibit omnium summa, vt 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 34. 38. 42. 46. hic sunt 11 numeri, primus vero scilicet 6, cum vltimo 46. constituunt 52, per dimidium huius scilicet 26 multiplico 11, prodeunt 286 summa omnium. Item 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. in hac progressione sunt 8 numeri, primus cum vltimo

*Progressio quid.*

*Progressionis collectio.*

*Progreſſio Arithmetica.* 27, quæ multiplico per dimidium alterius ſcilicet 4, fiunt 108, ſumma omnium. Huiuſmodi igitur vocantur progreſſiones Arithmeticæ, quoniam per æquales incedunt exceſſus. Alia

*Progreſſio Geometrica.* eſt Geometrica, dum numeri per certam incedunt rationem, ſiue proportionem, ita vt toties tertius ſecundum includat, quoties ſecundus primum, & toties quartus tertium, atq; ita deinceps. Quod fit dū numerus quicunq; per alterū multiplicatur, & deinceps productus per eundem, atq; ita pergendo, quouſq; libitum fuerit, vel res popoſcerit, vt 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. Hæc progreſſio eſt in proportione dupla 1. 4. 16. 64. 256. 1024. Hæc in quadrupla, hoc eſt, quiuis ſequens

*Regula.* præcedentem quater includit. Si igitur facile ac cito velis tales numeros progreſſionis colligere in vnam ſummam, vltimum numerum multiplica per eum, per quem reliqui numeri

ſunt

sunt multiplicati, & vnde proportio nomen habet, à producto aufer primum progressionis, residuum partire per numerum vnitate minorẽ, quàm is est per quem multiplicasti. Quotiens siue productus ex diuisione numerus ostendet summam omnium, vt 2. 6. 18. 54. 162. 486. 1458. 4374. 13122. Vltimũ omnium multiplica per 3, vt reliquos multiplicasti, fiunt 39366, hinc aufer primum scilicet 2, restant 39364, hunc numerum partire per 2, qui est numerus, vnitate minor ternario, exibunt 19682 summa omnium.

At quoniam tædiosum est omnes illos numeros progressionis multiplicare, subijciam & huius negocij compendium. Primum igitur multiplica per ordinem, aliquot tantũ numeros progressionis, quibus in ordinem digestis, subscribe numeros naturali ordine progredientes, sub primo 0, deinde 1. 2. &c. vt vides in Exemplo. *Compendium progressionis Geometricæ.*

| 1. | 3. | 9. | 27. | 81. | 243. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |

Ex his paucis poteris progredi breui in infinitum. Si enim multiplices numerum aliquem ex his in alterum, prouenit alius eo ordine collocandus, quem indicant duo numeri duobus illis multiplicantibus subscripti, simul iuncti. Vt si 9 in 27 multiplices, exurgit numerus 243 quinto loco collocandus. Si 3 in 243 multiplices, prouenit numerus sexto reponendus loco, scilicet 729. Si 243 in se ducas, exit numerus decimo loco notandus 59049, eò quòd 5 & 5 efficiant decem. Ita si 729 in se ducas, producitur numerus, qui locum sibi vendicat duodecimum 531441.

*Cautela.* Verum si progressio ab vnitate non ceperit, non oportet tales duos numeros integros in inuicem ducere, sed prius alterum diuidere per primũ, quotientem multiplicare in reliquũ.

| 3. | 6. | 12. | 24. | 48. | 96. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |

Vt in tali exemplo, si diuidam 12 per 3 proueniunt 4, quæ multiplicata in 48 constituunt 192 numerum sexto loco collocandum, quod 2 & 4 iuncta efficiunt sex. Si 24 diuidam per 3 proueniunt 8, quæ multiplicata in 48 gignunt 384, numerum septimo constituendum loco, quod 3 & 4 addita conficiunt septem. Si 48 per 3 diuidantur, emergunt 16, quæ ducta in 384 numerum pariunt 6144 loco vndecimo reponendum, quòd 4 & 7 coniuncta gignunt vndecim. Si 96 per 3 diuidantur resultant 32, quæ ducta in 6144, numerum producunt 196608 collocandum loco decimo sexto, sic de cæteris.

Aliud Exemplum.

| 4. | 16. | 72. | 288. | 1152. | 4608. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |

Hoc doceo vt habito vltimo numero, *Vsus huius compendij.*

mero, liceat ſummam omnium leuiter colligere, abſq; mediorum numerorum cognitione.

## DE REGVLA proportionum ſiue trium numerorum.

SOlent alij poſt Species iſtas prædictas ingerere diſcentibus mox alias ſpecies fractorum, ſiue minutiarum, ingenia ipſorũ præceptis ſine vſu obruentes. Mihi ſatius viſum eſt, mox vſum ſpecierum qualemcunq; per regulas indicare, ne recens iacta fundamenta ſine vſu collabantur. Huic igitur rei maxime quadrabit regula illa nunq; ſatis laudata, proportionũ ſiue regula triũ, quę ideo hoc nominis habet, q̃d ex tribus cognitis numeris, quartum ignotũ doceat elicere. Res breuis eſt & facilis, vſus immenſus, cùm in vſu communi, tùm in Geometria ac reliquis artibus Mathematicis. Praxis igitur talis eſt, Multiplica tertiũ per mediũ, quod hinc exurgit, partire per primũ,

Regula.

mũ, numerus ex diuisione surgens, ostendet numerum quem inquirebas.

Vt si talis proferatur in medium quæstio, pro tribus mensibus soluendi sunt 20 aurei, quot oportebit soluere per 9 menses? Duc 9 in 20, fiunt 180, quæ diuide per 3, prodeunt 60 aurei soluendi pro 9 mensibus.

| Menses | Aurei | Menses |
|---|---|---|
| 3 | 20 | 9 |
| | 9 | |
| | 180 | |
| | 3 | ( 60 aurei |

Artificium vero magis consistit in collocandis ordine numeris, quàm operatione, quod hac via facile fit, Cum tres sint semper cogniti numeri, vnus tantũ habet quęstionẽ sibi annexã, hic semper tertius est, primus vero erit numerus alter, qui de eadẽ est re, secũdus siue medius qui relinquitur. Exempli gratia, Facta quæstione, 7 vlnæ panni constant 13 aureis, quot vlnas emero pro

*Ordo numerorum in Regula.*

*Exemplũ.*

pro 39 aureis. Tertius erit hoc exẽplo numerus 39, q̃d huic quęstionis nota adijciatur, primus igitur ac diuisor 13, quoniã eandẽ rem cũ tertio scilicet aureos denotat, medius 7, quẽ duc in 39 exurgunt 273. Hunc numerũ si per 13 partiaris, habes 21 vlnas pro 39 aureis.

| Aurei | Vlnæ | Aurei |
|---|---|---|
| 13 | 7 | 39 |
| | 39 | |
| | 273 | (21 vlnæ |
| | 13 | |

Oportet igitur primũ numerũ cum tertio eiusdem esse rei & nominis, vt si talis quęstio fiat, Per annũ exoluo 80 aureos, quantũ 7 diebus? Non recte collocati sunt numeri, eò quòd primus maioris temporis sit quàm vltimus. Oportebat igitur dixisse 365 diebus p̃soluo 80 aureos, q̃t p̃ 7 diebus? Aut 52 hebdomadibus expendo 80 aureos, q̃t vna? Necesse est enim vtrobiq; vel annos vel dies, vel q̃cunq; eiusdem

tuſdē nominis rēp numerū denotari.

Collocatis numeris ordine preſcripto, ſi diuidas tertiū p primū, quotientem multiplices per mediū, idem prodibit ac ſi priori modo fuiſſes operatus. Quare poteris etiam hac via periculū facere, num bene operatus fueris. *Compendium.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 23 | 48 | 69 | *Exemplū.* |
| | 3 | 23 | |
| Productus | 144 | (3 | |

Item, ſi diuidas ſecundum per primū, quotientem ducas in tertiū, idem etiam prodibit, vt 22 dant 66, quantū 106: diuide 66 per 22 exeūt 3, quę duc in 106, prodeunt 318. Rurſus ſi vides primū & ſecundum diuidi poſſe facile per aliquem tertium, quotientes ipſorum loco primo & ſecundo, tertio nō variato, fiet hac via facilis operatio. *Compendium aliud.* *Compendium aliud.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 36 | 367 | *Exemplū.* |
| | pone | | |
| 2 | 6 | 367 | |

Vel demum, ſi primus cum tertio com- *Compendiū aliud.*

cõmunẽ diuidentẽ admittunt, repone quotientes huiusmodi loco ipsorum, medio non euariato, reliquã deinde prosequens doctrinã regulæ. Huiusmodi multa colligerit facile, qui in demõstrationibus Geometricis fuerit mediocriter versatus, quæ vero discentibus sat esse putaui, non piguit adijcere, p̃ quæ & operari, & operationem confectã examinare licet. Si enim per varias huiusmodi dictas vias, ad eundem attigeris scopum, recte operationem te instituisse audacter credas.

*Examen siue proba.*

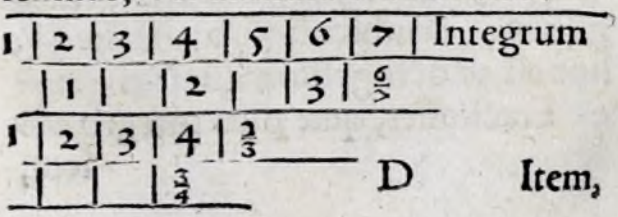
## SECVNDA PARS, DE FRActionibus siue minutijs.

FRActiones, minutias aut partes, appellamus numeros integrę rei partes significantes, vt $\frac{1}{2}$ semissem significat, $\frac{1}{4}$ quadrantẽ siue quartã partẽ, $\frac{3}{4}$ dodrantem, aut tres quadrantes. Scribuntur duobus numeris, superiorem nu-

numeratorem, inferiorem denominatorem appellant, hunc quod denotet, quot in partes integrũ secari oporteat, illũ quia quot huiusmodi sumendæ sint particulæ, numeret, veluti $\frac{3}{5}$, hinc inferior denotat integrũ diuidendũ in 7, sumendas tamen tantum tres septimas innuit superior. Cum igitur duo hi fuerint æquales, semper integrum tantũ denotatur, vt $\frac{12}{12}$. Cum superior maior est, plus integro, cum minor est, minus integro significat. Quãtumcũq; in summa superior ab inferiori abest, tantũ ab integro minutiæ superantur. Sunt etiam fractionum, vt vocant, fractiones, siue minutiæ minutiarum, quæ rarius occurrunt, scribuntur autem per plures simplices minutias, ut $\frac{3}{4}\frac{1}{2}$ significant tres quadrantes semissis, vel dimidium dodrantis.

*Numerator.*

*De nominator.*



Item, $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{6}{7}$, hoc est, tres quartæ duarum tertiarum ex 6 septimis, hoc est, integri diuisi in 7, cape sex particulas, quas rursus seca in tres, harum accipe duas, quas diuide in quatuor, tandem tres huiusmodi significātur particulę. Quotiescūq; igitur occurrerint, mox ad simplices reducito, priusq; aliud quidpiā cū illis agas, hoc pacto. Multiplica primū superiorē in secundū, &(si plures adsint) productū in tertiū, summā superiori loco scribe. Similiter primū inferiorē duc in secundū, productū in tertiū, summam subscribe priori summæ interposita lineola, vt in exemplis prioribus $\frac{3}{4}\frac{1}{2}$, faciunt $\frac{3}{8}$ tres octauas integri. Item $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{6}{7}$ duc 3 in 2, exeunt 6, quæ duc in tertium scilicet 6, fiunt 36, quæ pone hoc pacto $\frac{36}{}$, deinde 4, in 3, fiunt 12, quæ duc in 7, exurgunt 84, ea subscribe sub alijs sic $\frac{36}{84}$, hoc est, 36 octogesimæ quartæ.

*Minutias minutiarum ad simplices reducendi modus.*

Fractiones, quæ plus integro valent,

lent, reduces ad integra diuidendo numeratorem per denominatorem, quotiens integra valet, residuum suprascribe diuisori siue denominatori, vt $\frac{2}{5}\frac{0}{5}\frac{6}{5}$ valent 115 & $\frac{1}{5}$. Integra contra conuertes in partes, multiplicando numerũ integrorum per denominatorem partium, vt 64 reduces in quadrantes, si multiplicaueris 64 per 4, exurgunt $2\frac{5}{4}\frac{6}{4}$. At si integris minutiæ annexæ sint, eas in vnam fractionẽ sic colliges. Multiplica integrorum numerũ per denominatorem fractionis annexæ, producto adiunge numeratorem fractionis annexæ, habes numeratorem fractionis subscripto eodem denominatore, vt 23 & $\frac{2}{3}$, valent $\frac{7}{3}\frac{1}{3}$, nam ter 23 valent 69, quibus adijcio 2. Hæc res vsui est, in multiplicatione & diuisione, & regulis sequentibus, vt facilior fiat operatio. Cum vero fractionum numeri nihil significent, quàm secundum proportionem superioris ad inferio-

*Reductio ad integra.*

*Integra ad fractiones.*

*Integra cum minutijs.*

*Reductio minutiarũ in minimos numeros.*

feriorem, fit vt pluribus numeris eadē res notetur, commodissimū tamē est, q̄ minimis scribi numeris. Si igitur maioribus numeris scriptā, placet minimo quàm potest fieri numero exprimere, Inquire numerum quemcunq̄, qui ambos, superiorē scilicet & inferiorem, ita exacte diuidat, vt nihil supersit. quotientes enim tales idem cū priori significāt, vt $\frac{9}{12}$ diuide 9 per 3. Item 12 partire per 3 exurgunt 4. Dicimus igitur $\frac{3}{4}$ idem valere cum $\frac{9}{12}$ Si vero ob imperitiam numerū hūc diuidentem, nō potes inuenire, aufer ergo minorē ex maiori, deleto illo à quo fit subtractio, rursusq̄ minorē propositorum à maiori, donec fiant duo numeri pares, qui sane indicāt numerū, per quē ambo diuidi habent, vt ad minimā deueniant proportionē. Exempli gratia $\frac{27}{81}$, aufero 27, ex 81, restant 54, hinc rursus 27, restant 27. Si ergo diuidas vtrumq̄ per 27, prodeunt $\frac{1}{3}$, quę idem va-

*Reductio minutiarum ad minimum numerum*

*Exemplū.*

valent cum $\frac{27}{81}$ cũ sit eadẽ proportio superioris ad inferiorẽ. Item $\frac{27}{63}$ aufer 27 ex 63, restant 36, hinc aufer 27, restant 9, quæ aufer ex 27, restant 18, hinc deinde 9, restant 9. Diuide igitur $\frac{27}{63}$ per 9, videbis $\frac{3}{7}$ idem valere cum $\frac{27}{63}$. Compendiũ. Si & superiori & inferiori adsint initio cyphræ, abijce illas, $\frac{200}{500}$ enim non plus valent nec minus ꝙ̃ $\frac{2}{5}$. $\frac{300}{500}$ valent $\frac{300}{500}$. oportet enim vtrique æque multas adimere cyphras, $\frac{10}{20}$ valent $\frac{1}{2}$.

*Aliud Exemplum.*

*Minutiarum ualor.*

Valorẽ fractionis in quocunq; integro sic inuenies, Multiplica superiorem per partes integri notas, productũ partire per inferiorẽ, videbis quot huiusmodi notas partes valeat fractio, vt $\frac{4}{3}$ Ioachimici seu Thaleri (vt vocãt) quot grossos valeant, multiplica 4 per 24, cũ tot grossis valeat Ioachimicus, exurgunt 96, quæ partire per 9, habes 10 grossos & $\frac{2}{3}$ grossi. Iterũ multiplica 2 per 12 numulos, qui grossum efficiunt, exurgunt 24, quæ partire per 3,

habes 8 numulos vna cum 10 grossis. Similiter si alia proposita sit moneta, vel res quæcunq;, per valorem eius notum agendum vt diximus.

## Reductio ad eandem denominationem.

Partes variæ denominationis non possunt commode ad inuicem addi, neq; ab inuicem auferri, vt tertiæ partes cum quartis partibus, quemadmodum diuersorum numismatum numeros in vnam summam nō colligimus. Oportet igitur ante additionem & subductionem, partes variè denominatas ad eandem denominationem reducere, quod sic fit, Sint exempli gratia, $\frac{2}{3}$ addendæ cum $\frac{4}{5}$, multiplica denominatores in inuicem, vt 3 in 5, fiunt 15, qui erit dominator communis vtriusq; fractionis. Deinde duc numeratorem primæ fractionis in denominatorem secundæ, scilicet 2 in 5, fiunt 10, prodit numerator primæ fractio-

*Reductio minutiarum ad eundem denominatorem.*

ctionis. Itidem duc numeratorem secundæ in denominatorem primæ, scz 4 in 3, fiunt 12 numerator secundæ fractionis. Igitur $\frac{2}{3}$ & $\frac{10}{15}$ idem valent, similiter $\frac{12}{15}$ cum $\frac{4}{5}$. Ac iam sunt reductæ in eandem denominationem scilicet decimas quintas, atq; hic Canon generalis est.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$$

Praxis valent

$$\frac{10}{15} \quad \frac{12}{15}$$

Si forte denominator alterius continetur aliquoties exacte in altero denominatore maiore, vide quoties id fiat, vt $\frac{3}{4}$ cū $\frac{5}{12}$, hic 4 in 12 continentur ter, ergo per 3 multiplica numeratorem denominationis minoris, scilicet 3, fiunt 9, quæ pone pro numeratore, subscripto maiori denominatore. Dico igitur $\frac{9}{12}$ idem valere cum $\frac{3}{4}$, & iam

*Compendium.*

habere eandem denominationem cũ $\frac{5}{12}$. Rursus si alter alterum non contineat aliquoties exactè, attamen ambo in tertio continentur numero, vt $\frac{5}{12}$ cum $\frac{7}{18}$ hic 12 & 18, se mutuo non cõtinent exactè, sed vterq; continetur in 36, tum vide quoties prior denominator continetur in tertio 36, & per quotientẽ multiplica numeratorem eiusdem fractionis, scilicet per 3, fiunt 15, numerator prioris fractionis. Simili ratione vide quoties alter denominatorum continetur in tertio scilicet 18 in 36, per quotientem 2 scilicet, multiplica numeratorem alterius fractionis 7, exurgunt 14 numerator alter, seruato tertio numero 36 pro denominatore communi, fient itaque $\frac{5}{12}$ & $\frac{7}{18}$ $\frac{15}{36}$ & $\frac{14}{36}$.

| | |
|---|---|
| 3 | 5 |
| — | — |
| 4 | 12 |
| valent | |
| 9 | 5 |
| — | — |
| 12 | 12 |
| 5 | 7 |
| — | — |
| 12 | 18 |
| valent | |
| 15 | 14 |
| — | — |
| 36 | 36 |

Additio minutiarum.

Si

Si denominatores sint dissimiles, reduc eos ad eundem denominatorem, deinde adde in vnam summam numeratores, subscripto denominatore cõmuni, vt $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{5}$ efficiunt $\frac{5}{5}$. Item $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{12}$ faciunt $\frac{14}{12}$. Si plures sint fractiones, adde primum duas, summæ adde tertiam, vt $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ cum $\frac{4}{5}$, primum $\frac{2}{3}$ cum $\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{17}{12}$, cum his iunge $\frac{4}{5}$, fiunt $1\frac{37}{60}$, hoc est, 2 integra & $\frac{37}{60}$.

## Subtractio.

Vt in additione, fac sint similes denominatores, tum aufer numeratorẽ minorem ex maiori, residuo subscribe denominatorem eundem, vt $\frac{3}{5}$ ex $\frac{5}{5}$, restant $\frac{3}{5}$. Item $\frac{2}{12}$ ex $\frac{5}{12}$, restant $\frac{1}{36}$. *Subtractio.*

## Minutias ex integris auferendi modus.

Fractiones ex integris auferes, si prius vnitatem integri fregeris in partes, vt $\frac{3}{5}$ ex 9 integris, restant $8\frac{4}{5}$, Nam vnum integrum valet $\frac{5}{5}$, deinde aufero $\frac{3}{5}$ restant $\frac{4}{5}$ cum 8 integris. *Minutias ex integris auferendi modus.*

## Multiplicatio.

Duc numeratorem in numeratorem, & denominatores similiter in inuicem, quod ex multiplicatione numeratorum prouenerit, erit numerator, reliquum ex multiplicatione denominatorum, denominator, vt $\frac{5}{5}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicando proueniunt $\frac{15}{20}$.

*Minutiarũ in integra multiplicatio.*

Si fractiones in integra ducere placuerit, duc integra in numeratorem fractionis, subscripto eiusdem denominatore, vt $1\frac{5}{12}$ ducendo in 20, producunt $\frac{100}{12}$ hoc est $8\frac{1}{3}$.

## Diuisio.

*Minutiarum diuisio.*

Multiplica numeratorem diuidendi numeri, per denominatorem diuisoris, prouenit numerator, contra, denominatorem diuidendi per numeratorem diuisoris, exurgit denominator, veluti diuidendi sunt $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, duc 2 in 5, fiunt 10, similiter 3 in 4, efficiunt 12, sunt ergo $\frac{10}{12}$ siue $\frac{5}{6}$. Si denominatores sunt similes, diuide numeratorem

*Compendium.*

diui-

diuidendi per alterum. Si alter numeratorum alterum aliquoties continet, per illum quotientem multiplica denominatorem minoris denominationis, productum erit numerator, si minor numerator fuerit diuisoris, si diuidendi, denominator, reliquus numerus qui minutias perficiet, erit denominator maioris denominatoris. Exempli gratia, $\frac{3}{5}$ diuidendæ sunt per $\frac{10}{13}$, quoniam 3 in 12 continentur quater, multiplica 5 per 4 sunt 20 denominator, numerator vero 13 | $\frac{3}{5}$ per $\frac{12}{13}$ proueniunt $\frac{13}{20}$, contra si $\frac{12}{13}$ | fiunt $\frac{13}{20}$ diuidas, per $\frac{3}{5}$ exurgunt $\frac{20}{13}$. |

*Compendium aliud, quod similiter ualet in denominatoribus.*

Huiusmodi plura licet inuenire cõpendia, sed discentibus hæc sufficiant. Si vel integra per fractiones, aut contra, has per illa diuidere placeat, subscripta integris vnitate operare, tum multiplicando, tum diuidendo, ac si fractiones essent, vt 7 per $\frac{3}{4}$ diuidendo, exeunt $2\frac{8}{3}$ hoc est $9\frac{1}{3}$, contra $\frac{3}{4}$ per $\frac{7}{1}$ di-

*Obseruandum primum.*

*Secundo.* $\frac{3}{7}$ diuidens, elicies $\frac{3}{28}$. Si integra cum fractis occurrant, ea primum in vnam fractionem reducito, per Canones reductionum.

## REGVLA TRIVM in minutijs.

COllocatis (vt paulò ante fractionum tractatum docuimus) tribus numeris, vt quartum elicias ignotum, multiplica tertium in secundum, productum diuide per primum, producetur quæsitus & ignotus numerus, obseruatis omnibus quæ illic obseruanda diximus. Exempli gratia $\frac{3}{4}$ vlnę væneunt $\frac{2}{3}$ aurei, quanti emam $\frac{5}{6}$ vlnæ? Multiplica $\frac{5}{6}$ per $\frac{2}{3}$ proueniunt $\frac{10}{18}$ siue $\frac{5}{9}$, has diuide per $\frac{3}{4}$, exurgunt, $\frac{20}{27}$ quantũ vero hæ valeant in vnoquoq; genere, docuimus antea inuestigare.

*Obseruandũ primo.* Si aliquo loco fuerint integra sola, ipsis subiecta vnitate similis erit operatio cum minutijs, veluti $\frac{10}{1}$ vlnæ emuntur $\frac{12}{1}$ aureis, quanti $\frac{3}{4}$? Multiplica $\frac{12}{1}$ per

per $\frac{3}{4}$, erunt $\frac{36}{4}$, siue $\frac{9}{1}$, quæ diuide per 10, erunt $\frac{9}{10}$ aurei.

Si fracta cum integris occurrant, ea ad vnam fractionem reducito per regulas reductionum. Si vero res plures occurrant, vno in loco, veluti si vno anno cum tribus mensibus, & tribus hebdomadis expendo 200 aureos, quantum debeo pro 7 mensibus. Tum omnes illas res reducito ad minimam omnium, veluti hoc in loco ad hebdomadas, sumendo pro anno 52 hebdomadas, pro tribus mensibus 12, quibus adiunge 3, fient 67 hebdomadæ, Simili ratione fac ex 7 mensibus 28 hebdomadas, ac tum reliqua perfice pro regulæ forma. *Secundo.* *Obseruandum tertio.*

## REGVLA TRIVM euersa.

IN præcedentibus omnibus exemplis ac alijs infinitis, semper ea est ratio quarti numeri ad tertium, quæ est secun-

ſecundi ad primum. Atq; ideo quanto tertius maior fuerit, tanto & quartus. In quibuſdam vero exemplis, contraria penitus ratio eſt, ita vt quanto tertius maior fuerit, tanto quartus minor euadat. Veluti ſi modius tritici væneat 8 groſſis, tum pendet panis vnius groſſi 6 lib. quæſtio eſt, quantum deprimet panis eiuſdem precij, dum eadem menſura tritici valet tantum 6 groſſos. Item, emit quidam 20 vlnas panni, latitudinem habentis 2 vlnarum, in quæſtionem vocatur, ſi velit ſubducere aut tunicas, aut aulæa, quot vlnis opus ſit alterius panni, habentis latitudinem trium vlnarum? Vides manifeſtè in priore exemplo, quanto minoris vænit triticum, tanto plus deprimet panis. Atq; in altero, quanto latius fuerit alterum panni genus, tanto minus opus habes ad ſubducendum.

*Exemplũ ſecundum*

Simile eſt huic. Quidam obſeſſus exer-

exercitus 3000 militum habet quo viuat ad 7 menses, verum spes nulla est solutionis obsidionis ante annum, quæstionem ergo moueo, quot milites dimittet Dux, vt reliquis sufficiat ad anni calcem, & quot secũ retinebit? Nam & hic quantò longius tempus fuerit, tantò minori militum numero sufficiet victus. *Exemplũ tertium.*

In his ergo atq; similibus, vt est euersa ratio, ita contrarius operandi modus. Multiplica ergo primũ in secundum, productum diuide per tertium, vt in tertio exemplo. Duc 7 menses in 3000, prodeunt 21000, quæ diuide per 12 menses, hoc est, annum, exurgunt 1750 milites, quibus tantum sufficiet victus idem ad annum. Reliqua sunt facilia. *Praxis.*

## PARS TERTIA, DE REgulis vulgaribus.

Ex

EX vna hac regula (quam verè auream licet appellare) multæ diuersęq; regulæ, siue Canones operandi tanq; rami ex trunco oriuntur, adeo vt in omnibus ferè quæstionibus locum habeat, ac omnes Canones huic innitantur, tanquam fundamento seu basi, quarum vna est regula duplex, quam ex tali exemplo intelliges. Pro 20 lib. cuiusuis mercis aduectis per 30 miliaria soluendi sunt 4 aurei, quantũ pro 50 lib. aduectis per 40 miliaria? Si hic diligenter obserues qui numeri sibi mutuo respondeant nomine & re, & qui primi, quis medius, & duas operationes institueris secundum regulam proportionum, facilè quæstioni satisfiet. Vt. 20 lib. dant 4 aureos, quantum 50 lib.? faciunt 10 aureos. Rursus dic, 30 miliaria, dant 10 aureos, quantum 40 miliaria? faciunt $13\frac{1}{3}$ aureos. 25 aureorum in annis lucrum

*Regula duplex.*

*Aliud Exemplum.*

crum est 8 aurei, quantum lucrabuntur 100 aurei in 10 annis? Dic 25 anni dant 8, quantum 100? fiunt 32. Dic rursus 4 anni dant 32, quantum 10? facit 8 aureos. Item, 6 aurei lucrantur 8 aureos in 10 annis, in quot annis lucrifacient 3 aurei 12 aureos? Hic diligenter nota primam operationem debere fieri per regulam trium euersam, quanto enim minor sors fuerit, tanto maiori opus est tempore pro lucro. Dic igitur 6 aurei dant 10 annos, quot tres aurei? multiplica primum in medium, &c. fiunt 20. Rursus dic 8 aurei dant 20 annos, quot 12? facit 30. *Tertium Exemplũ.*

Equi 7 edunt 20 mensuras auenæ diebus 12, quot edent 14 equi 15 diebus? Dic, 7 equi dant 20, quantum 14? facit 40. Rursus, 12 dant 40, quantum 15? facit 50 mensuras medimnos puta aut quoduis genus mensuræ. Simile, est, 10 messores demetunt 15 iugera tẽpore 7 dierum, quot diebus 16 messores *Quartum Exemplũ.* *Quintum Exemplũ.*

res demetent 20 iugera? Verum hic rursus prior operatio fiat per regulam euersam, quoniã quanto plures messores, tanto minori tempore opus fuerit. Dic igitur, 10 messores opus habent tempore 7 dierum, quanto 16 messores? multiplica 10 per 7, diuide per 16, fiunt $4\frac{3}{8}$ dies. Rursus dic 15 iugera exigunt $4\frac{3}{8}$ dies, quot 20 iugera? operare per Canonem, inuenies $5\frac{5}{8}$ dies, hoc est, quinq; dies & 20 horas. Vide operationem sequentem.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 7 | 16 | 15 | $4\frac{3}{8}$ | 20 |
| | 10 | | | 20 | |
| | 70 | ($4\frac{3}{8}$ | | 700 per 15 | |
| | 16 | | | 8 | |
| | | | $\frac{200}{120}$ hoc est, $5\frac{5}{8}$ | | |

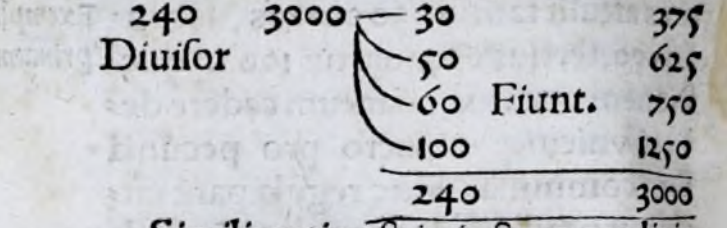
## REGVLA CONSORCII, SIVE (vt dicunt) societatis.

QVatuor mercatores inito consor-

cio

cio lucrati sunt 3000 aureorũ, sed primus attulit tantum 30 aureos, secundus 50, tertius 60, quartus 100, in quęstionem vocatur, quantum cedere debeat vnicuiq; ex lucro pro pecunia sorti commissa. Hæc regula parũ etiam aut nihil differt à regula triũ. Collige enim omnium pecuniam collatam in vnam summam, per additionem, veluti 30. 50. 60. & 100 efficiunt 240 aureos. Iam dic 240 aurei lucrati sunt 3000 aureorum, quantum 30 lucrantur? Operare secundum regulæ morem, sic colliges lucrum primi 375 aureorum. Rursus pro secundi lucro dic, 240 lucrantur 3000, quantum 50? ac sic pro singulis vnam constitues regulam trium, vt semper primus siue diuisor sit summa pecuniæ omnium, medius lucrum, tertio loco pro singulis ipsorum collocabis sortem. Habebit igitur primus 375, secundus 625, tertius 750, quartus 1250, quorum sum- *Exemplũ primum.*

ma 3000 efficit. Ecce operationem.




Exemplũ secundum

Similis ratio est in iactura qualis in lucro, vt si naue fracta eiectæ sint merces in mare, omnes q consortium ineunt, ex æquo damnum ferent pro diuerso precio mercium singulorum, vt si primi merces valebant 300 aureos, secundi 400, tertij 500, Eiectæ verò sint merces 100 aureorum, amittet primus 25, secundus $33\frac{1}{3}$, tertius $41\frac{2}{3}$, & cuius merces eiectæ fuerint, is pecuniam à reliquis accipiet. Eiusdem omnino generis est quæstio. Tres emerunt 1000 lib. cinnamomi pro 300 aureis, primus accipit 200 lib. secundus 350 lib. tertius 450 lib. quantum soluet quilibet? Si enim dicas, 1000 lib. valent 300 aureos, quantum 200 lib?

Exemplũ tertium.

item

item quantum 350 : ac tertio quantũ 450 : ac tribus operationibus regulæ trium completis, soluet primus 60 aureos, secundus 105, tertius 135.

## De intercapedine temporis diuersa in consortio.

Tres mercatores consortio inito, lucrati sunt 2345 aureos, verum primus suam pecuniam scilicet 40 aureos post 14 menses repetijt, secundus 50 post 8 menses, tertius attulit per 6 menses 85 aureos, quæstio est, quantum cedet singulis cùm pro ratione pecuniæ, tùm temporis etiam? Hæc etiam regula breuiter ad regulam trium sic reducitur, Medius erit vt prius lucrum, tertius vniuscuiusq; pecunia per tempus suum multiplicata, veluti pro primo 560, pro secundo 400, pro tertio 510, primus summa horum trium per additionem collecta, veluti Quartum

1470. Operare iam secundum regulam consorcij, habebit primus 893 $\frac{1}{3}$, siue $\frac{7}{21}$, pro secundo 638 $\frac{3}{21}$, tertius 813 $\frac{13}{21}$ siue $\frac{4}{5}$. Vide tamen vt tempus vniuscuiusq; sit eiusdem denominationis, & similiter pecunia. Sequitur operandi formula.

Cauendū.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1470 | 2345 | 560 | 893 $\frac{7}{21}$ |
| | | 400 surgunt | 638 $\frac{3}{21}$ |
| | | 510 | 813 $\frac{13}{21}$ |
| | | 1470 summa | 2345. |

Quintum

Huic simile est, Tres lucrati sunt communi sorte 1000 aureos, primus attulit 30 aureos per nouem menses, secundus 70 aureos, tertius 100 aureos, quærit aliquis, quanto tempore duorum posteriorum pecunias, oporteat esse in vsu communi, vt primus habeat 500 aureos, secundus 300, tertius 200. Quoniam enim oportet tempus multiplicari per pecuniam, duc 30 aureos in 9 fiunt 270. Iam dic, 500 aurei quos accipit primus, valent 270, quantum

300. quos accipit secundus? Operare secundum canonem, exibunt 162, tantum oportet conficiat pecunia secundi, multiplicata per suum tempus. Si ergo diuidas 162 per 70 inuenies tempus scilicet duorum mensium & $\frac{1}{3}\frac{1}{5}$ menses. Tertij similiter tempus inuenitur mensis $1\frac{2}{35}$.

Canonici 12 & Capellani 20 diuidunt singulis annis 3000 aureorum, ea lege, vt Canonicorum singuli quinos accipiant, quoties Capellanus 4, quantum ergo debetur singulis? Hic vt ante dictum, multiplica numerum personarum per numerum vices notantem, scilicet 12 per 5, fiunt 60, & 20 per 4, fiunt 80, ea adde, fiunt 140. Iam dic, 140 dant 3000, quantum 60? & quantum 80? Itaq; inuenies pro Canonicis omnibus 1285 $\frac{5}{7}$ aureos, pro Capellanis 1714 $\frac{2}{7}$. Quantum vero singuli recipiant, diuisio indicat. Sextum.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 140 | 3000 | 60 | 1285 |
| | | 80 | Fiunt 1714 |
| | | 140 | ſumma 300. |

Septimum

Titius ab obitu relinquens vxorem grauidam, legauit ei ſi filiam pareret ½ bonorum, quæ valebant 3600 aureos, filiæ tertiam partem, at ſi maſcula gauderet prole, obtineret mater tertiam partem, filius dimidiam. Peperit autem & maſculum & femellam vno partu. Quæritur quæ ſit portio vniuſcuiuſq; horum, vt teſtatori ſatisfiat? Primum vide teſtatoris animum, qui voluit vt filia minimam acciperet partem, filius maximã. Quære igitur numerũ in tales partes diuiſibilem, quales aſſignantur ſcilicet 2 & 3 veluti 6, horum dimidium valent 3, item, ⅓ 2. Vides ergo partes bonorum ſe debere habere vt 2 & 3, hoc eſt, dum filia 2 aureos habet, tum matri 3 debentur, Et ſi mater 2 habet, filio debẽtur 3, ergo per regulam triũ, ſi filia accipit 4, matri debentur 6, & filio 9. Hos au-

tem tres numeros per proportionem continuam ſeſquialteram, de qua poſtea dicemus, facilius inuenies. Nunc ſufficiat noſſe oportere adſignari tres numeros, tali ſe habẽtes ratione ſicut $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, & tales ſunt 4. 6. 9. nam 4 ſunt $\frac{1}{3}$ de 12, quorum 6 ſunt $\frac{1}{2}$. Item 6 ſunt $\frac{1}{3}$ de 18, quorum 9 ſunt $\frac{1}{2}$. His inuentis operare per regulam conſortij, adde 4. 6. 9. fiunt 19. Dic 19, diuidet 3600, quantum accipiet 4, quantum 6, & quantum 9? Et facta pro ſingulis vna operatione cedent filiæ 757 $\frac{1}{1}\frac{3}{9}$ aurei, matri vero 1136 $\frac{1}{1}\frac{6}{9}$ aurei, filio 1705 $\frac{5}{1}\frac{5}{9}$ aurei. Tribus prolibus relicti ſunt ex teſtamẽto vel alio quouis modo, 7851 aurei, ea lege vt primæ cedat $\frac{1}{3}$, alteri $\frac{1}{3}$ tertiæ $\frac{1}{4}$. Hoc ſimile eſt cum priori, pro partibus enim incertis ſtatue partes certas alicuius numeri, qui ita ſit diuiſibilis, ſcilicet in 2. 3. & 4. Eum numerũ ſi quando inuenire neſcias, duc eos in inuicem, quos diuiſores eſſe vis, vt 2 in 3, red-

Octauum

Notandũ.

3 reddunt 6, ea in 4, faciunt 24, is numerus est quem quærimus. At si tuo marte potes talem inuenire, siue maiorem siue minorem, nihil refert, quẽ admodum in nostro proposito, 12 diuidi possunt per 2. 3 & 4. Diuide igitur & repone pro prima prole 6, tanquam $\frac{1}{2}$, pro secunda 4, scilicet $\frac{1}{3}$, pro tertia 3, quę sunt $\frac{1}{4}$ ex 12. Cum his partibus 6. 4. 3. progredere per regulam cõsorcij vt supra, Erit diuisor 13, eritq; prima portio 3623 $\frac{3}{13}$, secunda 2415 $\frac{9}{13}$ tertia 1811 $\frac{10}{13}$. Quatuor extruxerunt ædes pro 3000 aureis, soluet primus $\frac{1}{2}$ cum 6 aureis, secundus $\frac{1}{3}$ cum 12 aureis, tertius 8 aureis minus quam $\frac{2}{5}$, quartus $\frac{1}{4}$ cum 20 aureis, quantum soluent singuli? In huiusmodi exemplis primum quod supereſt vltra portiones statutas aufer ex summa diuidenda, quod deest adde, vt pro primo aufer 6, pro secundo 12, & pro quarto 20. Summa horum valet 38 aureos, sed

Nonum.

pro

pro tertio adde 8, aufer igitur 38 ex 3000, reſtant 2962, quibus rurſus adde 8 fiunt 2970.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 21 | 2970 | 6 | | 854 4/5 |
| | | 4 | | 577 3/5 |
| | | 8 | fiunt | 1123 3/5 |
| | | 3 | | 444 2/5 |

Hanc ſummam diuide per regulam conſorcij, vt in præcedenti docui, quærens numerum diuiſibilem in 2. 3 & 4. ſcilicet 12, & ponens pro primo 6, pro ſecundo 4, pro tertio 8, pro quarto 3, quæ coniuncta, efficiunt 21, hic diuiſor eſto ac primus numerus, medius 2970, tertius 6.4.8.3. Inuenies ſic pro primo 848 4/5, pro ſecundo 565 3/5, pro tertio 1131 3/5, pro quarto 424 2/5, Sed iam adde primo ſuas 6, fiunt 854 4/5. Item, ſecundo 12, fiunt 577 3/5, tertio adime 8 aureos, reſtant 1123 3/5, quarto adde 20, exurgunt 444 2/5 horum ſumma facit 3000 aureos, quæ erat ſumma diuidenda. Sunt tamen

qui

quí alia via hoc in loco incedant, auferentes & addentes non summæ diuidendæ, sed singulorum partibus positis. Sed rationem hanc falsam esse demonstrare possem, nisi longum nimis esset, vt facile patet positis alijs, aut maioribus, aut minoribus numeris pro singulis. Tribus partiendi sunt 450 aurei, ita vt primus $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ accipiat, secundus $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, tertius $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$, quantum accipient singuli? Primum adde singulorum partes, scilicet $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, fiunt $\frac{5}{6}$ pro primo, pro secundo $\frac{7}{12}$, pro tertio $\frac{9}{20}$. Iam quære numerum diuisibilem in 6. 12. & 20, scilicet 60, huius $\frac{5}{6}$, sunt 50, quod cognosces diuidendo numerum illum inuentum, scilicet 60 per denominatorem & productum multiplicando per numeratorem $\frac{7}{12}$ valent 35, $\frac{9}{20}$ valent 27. Cum his procede per regulam consortij, habebit primus 200 $\frac{50}{57}$, secundus 140 $\frac{35}{57}$, tertius 108 $\frac{27}{57}$.

Decimum

| | | | |
|---|---|---|---|
| 112 | 450 | 50 | 200 $\frac{2}{5}$ |
| | | 35 fiunt | 140 $\frac{3}{5}$ |
| | | 27 | 108 $\frac{2}{5}$ |

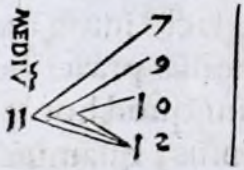
Ad ſimilitudinem horum, multa poterit quiuis effingere exempla, ac dubia eorum ſoluere, qualia ſunt quæ ad regulam, quam vocant Alligationis, attinent, quam breuibus explicabimus aliquot exemplis.

## REGVLA ALLIGATIONIS.

Oenopola quadruplex habet vinum, primi amphora valet 7 groſſos, ſecundi 9 groſſos, tertij 10 groſ. quarti precium eſt 12 groſſorũ. Vult ex quatuor generibus miſcere 300 amphoras, ea lege vt quælibet valeat 11 groſ. quærit quantum vniuſcuiuſq; capiet. *Exemplũ primum.*

Pone ordine precium vinorum, vti in exemplo vides, facto initio à minoribus ad maiora, ac illis præſcribe precium commiſti vini, quod hoc loco medium appellabimus, quamuis medium *Praxis.*

um non sit exacte. Deinde confer vnum quodq; minus precium ad medium & maius, ita vt excessum medij supra minus adscribas maiori. Maioris excessum supra medium adscribas minori, & in nostro exemplo, quia tantum vnum est preciũ maius, ad illud adscribas omnes excessus medij supra minora, vnicuicq; vero minorem eundem excessum maioris supra medium scilicet, Quibus factis adde omnes excessus in vnam summã, numerus iste erit primus regulæ, ac diuisor medius, numerus mensurarum miscendarum, tertij erunt differentiæ singulorum, vt adscriptæ sunt. Et si plures apud eundem numerum differentiæ fuerint, illæ colligantur, veluti figuratum sequitur.




Sum-

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | | 30 |
| Summa 10 dant 300, | 1 | Facit | 30 |
| quantum. | 1 | | 30 |
| | 7 | | 210 |

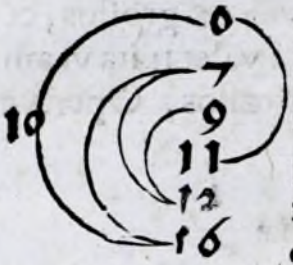
Quantum opus erit sumere de vino cuius amphora valet 8 grossos, & quantum illius quod valet 11, ita vt amphora vna valeat 9 grossos, Operare per regulam. *Aliud secundum.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | | 1 | |
| 9 | Differentiæ | | |
| 11 | | 2 | |
| | | 1 | $\frac{5}{11}$ |
| Summa 3, dant 1, quantum | | 2 | fit $\frac{3}{3}$ |

Quidam pro 200 aureis vult emere 400 lib. aromatum variorum, scilicet amigdalarum, ficuum, zinziberis, piperis, nucum myristicarum, & croci. Quæstio est, quot lib. singulorum accipiet, vt 400 lib. pro 200 aureis habeat? Primum oportet inquirere precium vnius libræ pro medio numero, *Aliud exemplum tertium.*

hac

hac via. Dic, 400 lib. valent 200 aureos siue florenos, quantum 1 lib. & prouenit $\frac{1}{2}$ aurei seu floreni siue 10 grossi, tales quales 20 efficiunt 1 florenum. Deinde singulorum preciũ adscribas.




| | | |
|---|---|---|
| ficus | 1 | 6 |
| amig. | 6 | 2 |
| zinzibe. | 2 | |
| piper. | 4 | |
| nuces. | 1 | 3 |
| croci. | 4 | 3 |

Precium 1 lib. Differentiæ.

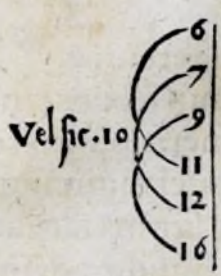
| | | |
|---|---|---|
| | 7 | $87\frac{1}{3}$ |
| | 8 | 100 |
| Summa 32 dant 400 quantum. | 2 | 25 |
| | 4 fa. | 50 |
| | 4 | 50 |
| | 7 | $87\frac{1}{3}$ |
| Summa | 400. | |

Sed neminem latere vólo, eandem quæstionem, varijs aliquando modis posse

posse explicari, dum varie alligamus minores cum maioribus ad medium, veluti in præscripta quæstione.




1 2 6
1 2 6
1 2 6
4 3 1 Summa 51.
4 3 1
4 3 1
Excessus.

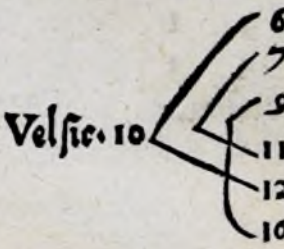



1
2
6
4 Summa 17.
3
1
Excessus.




Summa 17.

Differentiæ.




& cætera.

Differentiæ.

*Obseruandum.* Atq; huiusmodi infiniti ferè extant modi. Interim tu memineris, oportere vt quilibet numerus semel minimum alligetur, posse tamen sæpius idq; ad varios comparari, atq; huiusmodi ingenijs discentium relinquo. Quod in *Quartum* liquidis & aromatibus proposuimus, idem in metallis miscendis euenit, verum

rum operationis nulla diuersitas, velut si faber 100 lib. argenti habeat, quarum vna lib. 17 flor. valeat, ac alteram massam cuius 1 lib. valeat 24 flor. dubitat quantum argenti ex altera massa addendum sit priori, vt 1 lib. precium 22 flor. acquirat.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 24 | | 5 |
| Primum alliga | 22 | Excessus | |
| | 17 | | 2 |

5/5

Summa 7 facit

2/5

Iam dic per regulam notissimã, 2 lib. primi argenti opus habent 5 lib. secundi, quot desiderant 100 lib: facit 250 lib. Examen.

Examen huius regulæ est, si numerum vniuscuiusq; rei iam collectum multiplices per precium eiusdem rei, & summam addas, exibit summa pecuniæ primum constituta.

# ARITHMETICAE DE REGVLA FALSI.

MVltæ ſolent ac varię prę ſcribi regulæ & quæſtiones, quas ſi placeret omnes exequi, in volumen ingens labor noſter excreſceret facile. Verum hoc non fuit noſtrum inſtitutum, qui omnia conamur potius in vnum caput colligere, & ad vnam methodum reducere. Quemadmodum hactenus multas variaſq; quæſtiones, ad vnam regulam proportionum reduximus, quibus multæ ſimiles & extant, & indies excogitari poſſunt, Veluti de diuiſionibus, de lucri & damni ratione, de mercede conductis, atq; huiuſmodi innumeris, quorũ nullum tam difficile eſt, quin facile callenti noſtra hactenus dicta, explicari poſſit. Attamen cum plura ſint exempla, & quæſtiones, quæ ad regulam proportionum commode reduci non poſſunt, viſum fuit tandem, regulam quandã vniuerſalem, tanquam ſacram anchoram

ram ſubnectere, per quam dubia reliqua poſsibilia huic noſtro inſtituto explicari poſſunt, & multæ etiam quęſtiones earũ quæ præceſſerunt. Quãuis id multò certius fieri, & longè facilius per regulam, quam vocant Algebræ, poſſe ſciam, qua nihil vidi inter Mathematicas artes præſtantius, atq; elegantius. Sed cũ de hac ab alijs multa dicta ſint, & fortaſſis à nobis per Methodũ (fauente Deo Opt. Max.) dicetur, cum ea res peculiarem requirat tractatum in præſentiarum miſſam facimus. Vocatur autẽ regula, quam iam docemus, Falſi, non quod falſum doceat, ſed ex falſo verum elicere, fitq; in hunc modum. *Regula Falſi.*

Propoſita quæſtione quacunq; per hanc enodabili, eum numerum quem ſcire deſideras, tanquam notum iam tibi finge, ponens eius loco quemcunque numerum, cum eo deinceps procede ſecundum exemplificationem, in-

 feren-

ferendo vnum numerum ex alio, donec ad aliquem certum & notum prius numerum in propoſita quæſtione datum perducaris, quem ſi recte ex iam poſito ſiue ficto numero elicere potuiſti, is ipſus quem primum finxiſti, eſt verus finis quem inquirebas.

*Exemplū primum.*

Veluti, tres habent ſinguli certam argenti ſummam, verum ſingulorum ſummę ignotę ſunt, binorum vero notę. Scio enim primi aureos cum ſecundi aureis valere 50, ſecundi cum tertij aureis 70, tertij cum aureis primi valent 60. quæritur ſumma ſingulorum, Fingo ergo primi ſummā valuiſſe 20 aureos, ergo quoniā cum ſecundo habet 50, relinquuntur ſecūdo 30, & tertio 40, quoniam ij valent 70, cum ſecundi aureis. Iam ſi 40 tertij, addantur 20 primi, exurgunt 60 aurei, ita vti voluit exemplum. Fuit itaq; prima poſitio vera, neq; amplius quicquam agendum. At ſi ad notum numerum non

per-

perueneris exactè, verum aliquo excesserit aut abfuerit, vide eam distantiam, eamq; nota cum hypothesi falsa & cum titulo, plus, si excesserit, aut minus, si defuerit. Deinde finge tibi alterum numerum maiorem aut minorẽ iam iam posito, & cum ipso eodem modo procedas, quo cum priori, donec ad notum numerum perueneris, quem si nõ attigeris, vide rursus differentiam, eamq; nota cum sua hypothesi, signoq; plus vel minus. Deinde multiplica hypothesim priorem in differentiam alteram, similiter hypothesim secundam in differentiam primã, producta duo serua. Hinc perpende signa plus & minus, quę si ambo similia fuerint, scilicet aut plus aut minus, aufer productorum minus à maiori. Itemq; aufer differentiam minorem à maiori, per residuum diuide residuum productorum, quotiens ostendet numerum quæsitũ, At si signa fuerint dissi-

*Regula falsi.*

*Prior regula.*

milia, alterum plus, alterũ minus, adde producta illa duo, similiterq; differentias, & per harum summam diuide summam productorũ, quotiens ostendet numerum quæsitum.

*Posterior regula.*

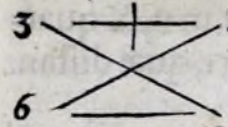
*Exemplũ secundum*

Duo habent ignotam mihi summã aureorum. Inquit prior, si mihi dares vnũ è tuis, haberemus æquam ambo portionem. Respondet alter, si mihi tu vnũ è tuis dederis, habebo duplam tuæ summæ restantis, quæritur singulorum summa. Finge priorem 3 habuisse, igitur si vnũ acceperit à secundo habebit 4, tantundẽ relinquetur alteri, verum quoniam iam 1 dedisse intelligitur, eum huic redde, itaq; habuit ab initio 5. Iam dicit priori, si mihi vnũ dederis, habebo duplum tui residui, adde igitur 1 ad 5, fiunt 6, restant autẽ priori tantum 2. Vides ergo 6 non esse duplum 2, immo triplum. Falsa igitur fuit hypothesis, & quoniam duplũ 2 est tantum 4, inueni autem 6, dico

diffe-

differentiam esse 2 cũ signo plus, quoniam tantum excessimus rei veritatẽ. Fingamus igitur primum habuisse 6, accipit 1 ab altero, itaq; fient 7, tantum relinquetur alteri, verum quoniam 1 dedisse intelligitur, habuit ab initio 8. Iam hic petit à priori 1, ita haberet 9, relinquerentur autem priori tantũ 5. Rursus 9 non est duplum de 5, vti voluit quæstio, sed abest vnitate, cum duplum de 5 sit 10, scribo igitur positionem alteram 6, scilicet cum sua differentia 1 cum signo minus.

Hypotheses. Differẽtiæ.




Iam per posteriorem regulam duco 3 in 1, fiunt 3. Item 6 in 2, fiunt 12, summa horum valet 15. Summa autem differentiarum valet 3. Diuido igitur 15 per 3, exurgunt 5, tantũ habuit prior, Adde huic 1, fiunt 6, quæ relinquuntur alteri post donationem

vnius, ergo primus habuit 7. quibus si prior 1 adiecerit, seruabit ille tantum 4, alter habebit 8 duplum residui prioris, vti voluit quæstio.

*Exemplũ tertium.*

Aspiciens quidã alterius loculos inquit, videris mihi istic habere 100 aureos, Respondet alter, non sunt 100, Verum si dimidio plus & quarta parte & tertia parte augerentur, & insuper 1, tunc demum 100 forent, Finge igitur fuisse 12, adde dimidiũ scilicet 6, & tertiam partem 4, & quartam partem 3, & insuper 1, fient 26 tantum, quæ distant à 100 per 74, Scribe igitur 12 cũ differentia 74 & signo minus, Rursus pone esse 24 aureos, quibus adde dimidium 12, tertiam partem 8, & quartam partem 6, & 1, fient 51, quæ distant à 100 per 49.

Hypo. Diffe.

Nota igitur 24 cum differentia 40, & signo minus, & quoni 12 — 74 / 24 — 49

am

am signa sunt similia, multiplica 24 in 74, exeunt 1776. Item 12 in 49, exurgunt 588, quæ aufer ex 1776, restant 1188, similiter aufer 49 ex 74, restant 25, diuisor operationis. Diuide ergo 1188 per 25, exurgunt 47 $\frac{13}{25}$, tot habuit aureos, quorum dimidium 23 $\frac{19}{25}$, tertia pars 15 $\frac{21}{25}$, quarta pars 11 $\frac{22}{25}$, quę omnia simul efficiunt 99, quibus si vnum adieceris, 100 excrescunt.

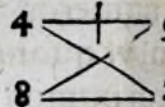
Hic obiter notandum, ponendos esse numeros, qui apti sint ad quæstionem, vt quoniam dimidium $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ eiusdem numeri debebam adijcere, ponendus numerus diuisibilis in 2, 3 & 4, sicq; difficultates maximas & labyrinthos quasi fractionum siue minutiarum effugeris. *Notandū diligenter*

Quidam habet argentea duo pocula, cum vno cooperculo quod valet 16 aureos, id si priori poculo addas, valebit quadruplū alterius, sin alteri adijcias, valebit hoc triplum prioris, quan- *Exemplū Quartum*

quantũ igitur singula valent pocula? Demus primũ habuisse 4, his adijcio 16, exurgunt 20, quæ sunt quadruplũ alterius, ergo alterum valuit 5, his rursus adijcio 16, exurgunt 21, quæ debebant esse triplum prioris scilicet 12. superat igitur rem ipsam 9, Rursus si ponam primum poculum 8, erit alterum 6, quibus adiectis 16, exurgũt 22, quę absunt à triplo prioris scz 24 per 2.

Hypo. Diffe.

Multiplica igitur 4 in 2, exeunt 8. Item 8 in 9, fiunt 27, quæ adde (quoniã signa dissimilia sunt) erunt 80, Itidem adde differentias quæ constituunt 11. Diuide iam 8 per 11, fient $7\frac{3}{11}$, tantum valuit prius poculum, quibus adde 16, erunt $23\frac{3}{11}$, cuius $\frac{1}{4}$, valet $5\frac{9}{11}$, tantum valebat alterum poculum.




*Exemplũ quintum.*

Cisterna quædam tres fistulas in imo fundo obtinet, sed meatus sunt inæ-

inæquales, maiori enim aperto effluit omnis humor 1 hora, mediocri aperto effluit in 2 horis, minimo vero seorsum aperto, humor in 3 horis effluit, quæstio est, si omnia 3 aperiantur foramina, quanto temporis spacio humor omnis possit effluere? Finge in vna hora, hoc est 60 minutis, & tribue Cisternæ aliquam certã mensuram pro libito, sit 12 amphorarum. Iam vides in vna hora propter maius foramen, omnem effluxurũ liquorem, hoc est 12 amphoras, Ratione minoris, 6 dimidium scilicet, ratione minimi 4, tertiam scilicet partem, quæ omnia efficiunt 22, cũ tamen vas positum est, tantum 12 continere amphoras, ergo supersunt 10. Rursus pone dimidiam horam, hoc est 30 minuta, ergo effluxerit ratione maximi foraminis 6, ratione mediocris 3, ratione minimi 2, quæ omnia efficiunt 11. debebant effluere 12, deest igitur 1. Operare secundum

regu-

regulam, inuenies 32 minuta temporis & $\frac{8}{11}$ minuti vnius.

Hypo. Diffe.

Exemplũ sextum.

Simile est, potator quidam solus exhausit Cadum vini in 20 diebus, verũ si vxor eum iuuerit seruata proportione bibendi 12 diebus, vini tandundem absumunt. Quanto ergo tempore sola vxor totum vas exhauriet? Rursus tribuo vino aliquam mensuram, scilicet 12 aut quemuis aliũ numerum, nempe 20 mensuras, ergo maritus 12 diebus 12 mensuras bibit, vxor reliquũ 8 scilicet, Dic igitur per regulam proportionum, 8 mensurę bibuntur ab vxore 12 diebus, quanto tempore 20 facit 30 dies, Itaq; regula falsi non habes opus, cum tamen & per eandem fieri potuisset.

Exemplũ Septimum

Narrat Vitruuius, lib 9. cap. 3. cum Hiero rex statuisset Dijs suis votiuam offerre coronam ex puro auro, mandasse

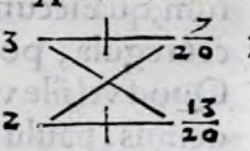
daſſe id negotij fabro, qui (vt ſæpe ſolent) ſublata auri portione, argenti tantundē commiſcuit. Quod quidem furtum citra Coronæ iam confectæ leſionem, deprehendit Archimedes Syracuſanus in hunc modum: Confecit maſſam ex auro puro eiuſdem ponderis cum Corona facta, Similiter aliā ex argento puro maſſam eiuſdem ponderis, dein tria hæc ſigillatim in labrum aqua ad ſummum refertum immiſit, effluentem aquam ſubiecto altero vaſe diligentiſsime excepit, atq; hinc auri argentiq; portionē deprehendit, verum praxin Vitruuius non adiungit. Idcirco nos doctrinæ gratia fingamus pondus Coronæ duarumq; ſigillatim maſſarum fuiſſe 5 lib. effluxiſſe præterea dum aurea maſſa demitteretur in labrum 3 lib. aquæ, dum Corona immergeretur $3\frac{1}{4}$ lib. aquæ, dum argentea maſſa demitteretur $4\frac{1}{2}$ lib. Queſtio igitur eſt, quanta ſit auri, & quanta argenti

genti coronæ portio? Operare per regulam hoc pacto, Finge auri 3 lib. ergo relinquentur argenti 2 lib. Iam dic per regulam proportionum, 5 lib. auri, dant 3 lib. aquæ, quantum 3 lib. auri facit 1 $\frac{4}{5}$ lib. aquæ. Item 5 argenti lib. dant 4 $\frac{1}{2}$ lib. aquæ, quantum 2 lib. argenti facit 1 $\frac{4}{5}$ aquæ. Adde igitur aquam argenti & auri simul, scilicet 1 $\frac{4}{5}$ cum 1 $\frac{4}{5}$, exurgunt 3 $\frac{3}{5}$ lib. aquæ, debebant autem esse 3 $\frac{1}{4}$ lib. excessimus igitur scopum per $\frac{2}{20}$ quas nota cum prima hypothesi scilicet 3. & signo excessus. Secundo finge auri extitisse lib. 2. igitur argenti erant 2 lib. Deinde rursus dic, 5 lib. auri dant 3 lib. aquæ, quantum 2 lib. auri? facit 1 $\frac{1}{5}$ lib. Item 5 lib. argenti dant 4 $\frac{1}{2}$ lib. aquæ, quantum 3 lib. argenti? facit 2 $\frac{2}{10}$. Adde 1 $\frac{1}{5}$ cum $\frac{2}{10}$ exurgunt 3 $\frac{0}{10}$ lib. aquæ, Debebant esse 3 $\frac{1}{4}$ nam tantum aquæ effluxit dum Corona immergeretur. Excessimus ergo rem ipsam per $\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. Operare igi-

tur

tur per regulam. Multiplica $\frac{13}{20}$ per 3 exurgunt $\frac{39}{20}$, Item $\frac{7}{20}$ per 2, exurgunt $\frac{14}{20}$ quæ ſubtracta ex $\frac{39}{20}$ relinquunt $\frac{25}{20}$ ſiue $\frac{5}{4}$. Item aufer $\frac{7}{20}$ ex $\frac{13}{20}$ reſtant $\frac{6}{20}$ ſiue $\frac{3}{10}$. Diuide igitur $\frac{5}{4}$ per $\frac{3}{10}$, proueniunt $\frac{5}{12}$ ſiue $\frac{25}{6}$, hoc eſt, $4\frac{1}{6}$ lib. auri, erant ergo tantũ $\frac{5}{6}$ lib. argenti. Quod vt examines, dic, 5 lib. auri dãt 3 lib. aquę quantum $4\frac{1}{6}$ auri: facit $2\frac{1}{2}$ lib. aquæ. Rurſus dic, 5 lib. argenti dant $4\frac{1}{2}$ lib. aquę, quantum $\frac{5}{6}$ argenti facit $\frac{3}{4}$ lib. aquæ, quas adde cum $2\frac{1}{2}$ lib. exurgunt $3\frac{1}{4}$ lib. aquæ, quantum ſcilicet dum corona immergeretur, effluxit.

Hypo. Diffe.




Notandũ.

Hic obiter notandum, non opus fuiſſe Archimedi neq; cuiquam alteri, qui velit huius rei periculum facere, conficere vel auri vel argenti maſſas eiuſdem ponderis cum corona vel quauis alia re examinanda, ſed ſuffecerit quæuis

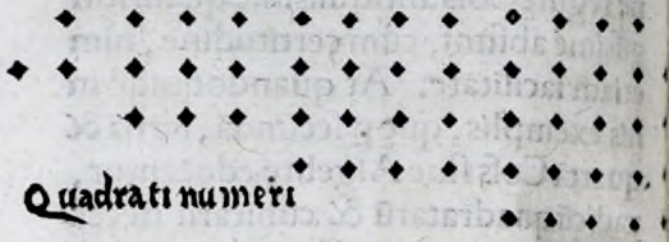
pars notabilis ponderis auri vel argenti.

Hęc atq; infinita alia exempla licet per regulam falsi perficere, quę omnia recensere infiniti esset laboris, ac intollerabilis nauseę. Habet enim sub se omnes quæstiones ante dictas ac multò plures à nobis omissas, quales sunt omnes, quæ per primam regulã Cos siue Algebræ absoluuntur, Tũ omnes ferè quæ per secundam, tertiam, ac quartam eiusdem dissoluuntur, quam uis meminerim Christophorum quẽdam Rudolphum lanuerũ dixisse, impossibile fore, vt aliquod exemplorum, quæ secunda, tertia & quarta docet regula, possit per hanc absolui. Quod vti ille vere dixit, ita nos ostendemus, paulũ immutata nostra regula falsum esse, multaq; per hanc possibilia esse, quæ ille impossibilia existimauit. Quod dico, non quòd illius industriæ ac diligentiæ quicquã detraham, neq;

neq; quod hanc regulã cum illa (quã Coſs dicunt) conferendam putem, ſed vt excellentiã huius regulæ oſtendã, noſtrumq; in inuentione non penitus nihil valuiſſe ingeniolum, dum ea adiicimus, quæ ab altero nũquam dicta fuerunt, quę tamen omnia à perfectione regulę Coſs antiquiſsimę quàm longiſsimè abſunt, cùm certitudine, tùm etiam facilitate. At quandoquidẽ in his exemplis, quę p ſecundã, tertiã & quartã Coſs ſiue Algebrę edocentur, radicũ quadratarũ & cubicarũ neceſſaria eſt cognitio, ad harũ inuentionẽ primũ cõuertere ſtylũ ex vſu mihi eſſe videtur, ac eouſque regulæ falſi appendicem noſtrũ ſuſpendere, quo neceſſaria huic rei, multiſq; alijs Geometricis, ac Aſtrologicis quæſtionibus explicata fuerint ac præcepta.

## SEQVITVR DE RADICVM extractione, Primumq; de Quadratis.

QVadratum Geometræ appellant figuram planam, cuius 4 latera æqualia sunt inter se, omnesq; anguli æquales recti, vnum vero latus costam appellant. Talis figura producitur, si linea quæcunq; ducatur in latus, eousq; quo pertingit eiusdem lineæ longitu-



Quadrati numeri

do. Simili ratione in Arithmetica dicimus, Quadratum numerum, qui ita per vnitates collocari potest in quadrati figurã, vt omnia latera ad inuicẽ æqualia euadant, quales hic annotati, latus vero vnum vocamus radicem quadratã, Ac talis numerus exurgit, si numerum quemuis ducas, hoc est, multiplices, in latitudinem longitudini æqualem, hoc est, per seipsum, Velu

ti

ti quinquies 5 efficiunt 25. Dicimus igitur 25 numerum esse quadratum, cuius 5 sit radix. Inuenire igitur radicem quadratam alicuius numeri, est numerum indagare, qui in se multiplicatus constituat numerum propositũ. Hic ergo primum oportet scire nouem radices simplices, earumq; quadrata, quorum cognitio dari debet ac poni, non inquiri. Habent autem se hoc modo.

| Radices. | Quadrata. |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 16 |
| 5 | 25 |
| 6 | 36 |
| 7 | 49 |
| 8 | 64 |
| 9 | 81 |

His cognitis aliorum numerorum maiorũ radices hoc modo inuestigentur, ac subijciatur exempli gratia numerus cuius radicẽ inquirere statuimus, 119025. Incipiens igitur à dextris, nota primam figuram puncto, deinde tertiam simi-

liter, hinc quintam, ac sic deinceps per gito notare alternas figuras vna inter missa, vt in nostro exemplo, 11902 5 hæ notæ prẽter vsum quem habent in opere, mox ostendunt quot notis scribi oporteat radicẽ numeri propositi. Et quoniam radicum extractio parũ à diuisione discrepat, incipe à sinistris, & numeri vltimi siue vna figura sit, siue duę, qui est ab vltimo puncto, deinceps quære radicem, aut si non habet, accipe proximo minorẽ, vt in nostro proposito numerus ab vltimo puncto, deinceps versus sinistram est 11, q in tabula quadratorum non inuenitur, non est igitur quadratus, sed proximo minus quadratum est 9, huius radix est 3. Hanc radicem sepone ad dextram secretam semicirculari linea, quemadmodum in diuisione fieri solet, & simul quadratum illud minus, 9 scz, aufer ex numero à puncto vltimo deinceps posito, scilicet ex 11, restant 2,

quæ

quæ ſupra ſcribe numero propoſito vt in diuiſione.

At qd' modo dixi- 2
mus, in omni radicum 119025
extractione primum (3
eſto, nec amplius repe- 9
titor, ſed quod deinceps dicitur, repetendum toties, quot fuerint puncta reliqua. Dupla ſcilicet quicqd eſt per ſemicircularem lineam ſeiunctum, duplum ponas medio loco inter punctū proximum verſus dextram, ſi vnica fuerit figura, ſin duæ aut plures, collocabis reliquas ordine deinceps verſus ſiniſtram, vt dupla 3, exurgunt 6, quæ colloca ſub 9. Deinde tanctō hoc duplum ſit diuiſor, vide quoties ſit in ſibi ſupraſcripto numero, quotientē hunc aſſcribe poſt lunarem lineam ad dextram, vt in diuiſione, ac eundem aſſcribe etiam diuiſori ad dextram ſub puncto ſemper. Deinde multiplica hunc quotientem iam iam inuentum in di- Praxis.

uisorem cũ figura adiuncta. Productũ aufer ex ſuperiori ſupra ſcripto reſiduum ſupra alias collocando, vt in diuiſione. Vt quoniã 6 continentur in ſuperiori, ſcilicet 29 quater, noto 4 poſt 3, & ſimiliter poſt 6 ſub puncto. Deinde multiplico 4 in 64, exurgunt 256 quæ ſubduco ex ſuperioribus ſcilicet 290, reſtant 34, quę ſupra alium numerum colloco. Atq; hæc adeò res eſt quam tantopere abhorrent iuuenum animi, ob aliorum hac in re traditionem obſcuram, & labyrinthi in modum intricatam, nam quicquid reliquum eſt, non diſcrepat vel ſyllaba à canone iam dicto. Qui toties repetendus, quot fuerint puncta reliqua, ſub quibus facta nõ eſt ſubtractio aliqua. Vt quoniam in noſtro exemplo vnus adhuc reſtat punctus, Duplabimus iterum quicquid eſt in lunari linea, ſcilicet

2 3 4
1 1 9 0 2 5
64 (34
256

cet 34, exurgunt 68, quod duplum ſcribemus inter punctũ proximũ, ponendo ſcilicet primam 8 ſub 2, alterũ 6 deinceps ſub ø. Iam inquiro quoties 68 in 342, vel 6 in 34 ſupraſcripto ſcz numero, in modum diuiſionis, & quoniam quinquies continetur 6 in 34, noto quinq; poſt lunarem lineam verſus dextram, & ſimiliter poſt duplum ſub puncto. Iam multiplico 5 in 685 exeunt 3425, quæ ſubducta ex ſuperioribus nihil relinquunt. Quod indicium eſt numerum propoſitum fuiſſe vere quadratũ. Alioqui ſi quicquam in vltima ſubductione ſuperfuerit, tantum numerus propoſitus à quadrato diſceſſit.

Hic notandum, ſi ex multiplicatione digiti in quotiente ſcripti in duplum cum addita figura, plus excreuerit, quàm vt à ſuperio-

34
119ø25
68 | 5 (345
3425

Notandũ.

ri subduci possit, tum delendus est ille digitus & in quotiente & sub puncto, & scribendus alius vnitate minor, idq; eousq; faciendum, quo numerus ex multiplicatione excrescens possit ex superiori auferri. Exempli gratia, Quærenda radix de 784, primus digitus erit 2, tanquam radix de 7 proxima, eius quadratum 4 ex 7 ablatum, relinquit 3, deinde dupla 2 fiunt 4, quę posita medio loco intra puncta, diuisoris loco habentur. Quære igitur, quoties 4 in 38, & quoniã 9 reperies, scribe 9 duobus locis dictis, deinde multiplica, exurgunt 441.

Exemplũ.

Et quoniam excedunt superiorem, deletis 9 vtroq; loco repone 8, ac deinde multiplica ac subtrahe, vt decet.

```
  3
 784
  48 (28
 384
```

```
  3
 784
 4 | 9 (29
 441
```

Secundo notandũ si quando diuisor in superiori non habetur,

Notandũ secundo.

tur, scribenda o in quotiente, vt etiam in diuisione dictũ est. Ac tum rursus incipiendum est à Canone extractionis radicum, duplando scilicet totum quotientem &c. Verum duplũ illud ponendũ est intra proxima alia puncta, vel si aliud non sequatur punctũ, absoluta erit operatio. Exempla.

3 66025 (605
Radix.
120 | 5
602 5

Aliud.

1632 (40 restant 32
8 Radix.

Summa igitur huius doctrinæ est, primo inuenienda radix numeri, qui ab vltimo puncto versus sinistram est &c. idq; tantum semel. Secundo duplandum quicquid in quotiente est, idq;

*Summa.*

*Canon.*

idq; ponendum intra puncta. Tertio diuidendum per duplum, quærendo q̃ties in supra posito habeatur. Quarto multiplicandus digitus inuentus in duplum, cum eodẽ digito adiuncto, tandem subducendum, & residuum superiori loco notandum. Ex residuo vero, si quod fuerit, minutias quodãmodo colliges hoc pacto. Dupla radicem inuentam, dein vnitatem adijce, huic numero tanquam denominatori supra scribito residuum.

*Fractiones colligere.* Alio modo si velis partes quascunq; colligere, nomen illarum partium duc in seipsum, quod deinde prodit, duc in numerum cuius radix quęrẽda est. Summæ huius inquire radicem, radix erit numerator partium. Exempli causa, inquirere cupio radicem de 200, igitur quoniam quadratus numerus nõ est, volo inuenire in minutijs siue partibus eius radicem, hoc est, quot centesimas vel altas partes habeat radix

vltra

vltra integra. Nunc ergo doctrinę gratia centesimas libet inuenire, multiplico igitur 100 in se, hoc est, in 100, exurgunt 10000, quæ deinde duco in 200, exeunt 2000000, huius radix 1414 centesimæ, quæ sic scribi possunt $1\frac{41}{100}\frac{4}{00}$, quoniam ergo superior maior est inferiori, per regulas reductionum diuide superiorem per inferiorem, exurgunt 14 & $\frac{14}{100}$ hoc est, $\frac{2}{50}$, habes igitur radicem de 200 esse $14\frac{2}{50}$, idq; satis exacte, nam ne centesima quidem pars integri deest. Neq; defatiges nimis inquirendo radicem, quia si prima inquisitione non inueneris, nunquam radix dari poterit legitime operando. Nam plurimi numeri veris radicibus carent, atq; hos surdos vocant. *Surdi numeri.*

Examen. Multiplica radicem iam inuentam in seipsam, producto adijce residuum, si quod fuerit, si tum prior summa, de qua radicem inquisiuisti, redierit, bene es operatꝰ, alioqui *Examen.*

erra-

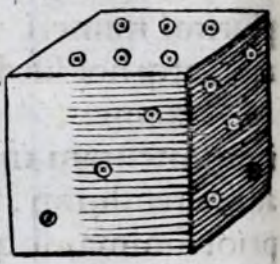
erratum fuisse alicubi ne dubites.

## De Radice cubica.

Quemadmodum Radix quadrata dicitur numerus, qui in se ductus numerum constituit quadratum, idq; à similitudine quadratorum in Geometria, vt diximus, ita Radix cubica à Cubo Geometrico nomen sortita est, Vt enim cubus constat primum ex ductu lateris vnius in alterum (sic enim superficies constituitur) deinde ex ductu eiusdem superficiei iam procreatę in eandem lineam lateris, qualia sunt corpora ea quæ tessaræ nomẽ habent,

*Cubicus numerus.* Ita numerus cubicus dicitur, qui constat ex ductu numeri alicuius in seipsum, deinde ex eiusdem numeri ductu in productum. Ac

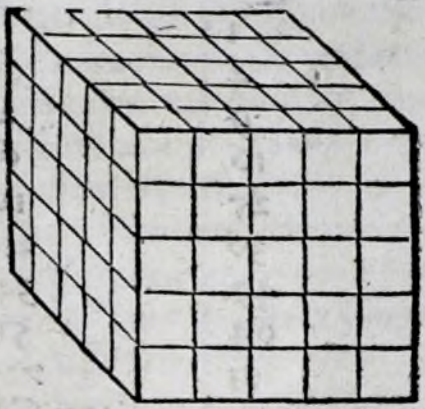
*Radix cubica.* talis primus numerus vocatur Radix



*Cubus Tessera.*

cubi

*Figura Cubici numeri.*



*Cubus* 125. *Radix* 5.

cubica, vt duc 6 in se, hoc est in 6, exurgunt 36, quæ iterum multiplica per 6, exurgunt 216. Dicimus igitur 216 Cubum esse, 6 eius radicem cubicam.

Talem igitur radicem inquirere hoc loco docemus. Quemadmodum autem in quadratis nosse oportet nouem prima quadrata, eorumq; radices, ita hic præscire nouem cubicos primos numeros eorumq; radices oportet, qui sic habent.

Radi-

| Radices | Quadrati | Cubici. |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 |
| 3 | 9 | 27 |
| 4 | 16 | 64 |
| 5 | 25 | 125 |
| 6 | 36 | 216 |
| 7 | 49 | 343 |
| 8 | 64 | 512 |
| 9 | 81 | 729 |

Inquisiturus ergo radicem Cubicã numeri cuiuspiam maioris quam 1000 (Minorum enim ars non existit nisi per fractiones, vt docebimus, aut ex hac tabella) primam figuram signa puncto, deinde intermissis duabus figuris, quartam, ac ita deinceps ad finẽ à dextris leuam versus accedendo, omissis duabus figuris sequentem puncto signa, vt hic vides, 4̇1̇0̇6̇3̇6̇2̇5̇. Atque hic rursus vt in quadratis, q̃t fuerint puncta, tot erunt figuræ radicẽ cubicã numeri propositi explicãtes. Vide

de etiam quæ sit radix cubica numeri, qui est ab vltimo puncto deinceps ad sinistram, siue is vna figura fuerit, siue binæ, siue etiam ternæ, Hoc est, quære numerum hunc in tabella inter cubicos, & si non reperiatur, vide proxime minorem, eiusque radicem nota seorsum vt in quadratis, veluti in nostro exemplo quære 41 inter cubicos. Verum quia non habetur inter illos, accipio proxime minorem 27 scilicet, cuius radix cubica est 3, ea nota seorsum. Deinde Cubicum hunc (veluti 27 in nostro exemplo) subduc ex numero proposito, à puncto vltimo deinceps scilicet 41, restant 14, ea suprascribe, quemadmodum in diuisione & in quadratis dictum est.

Atq; hoc in omni radicum inquisitione primum est præceptum, nec deinceps repetitur. Verum sequens Canon toties

14
41063625
27 (3

Canon repetendus.

ties repetendus est quot fuerint puncta reliqua. Tripla scilicet quicquid in quotiente est. Triplum ponito sub figura proxima puncto præcedenti versus læuam, si plures fuerint figuræ, collocentur reliquæ ex ordine. Deinde rursus multiplica eundem quotientem in triplum, productum nota vno loco deinceps versus læuam semotius quàm triplum inceperis, & loco inferiori, vt sint iam duo numeri distincti, quorum prior triplum, alter diuisor à nobis iam vocabitur.

Per hunc diuisorem diuides numerum sibi suprascriptum, adiecta tamen conditione sequenti. Diligenter considera quoties diuisor hic in numero suprapositio contineri possit, hunc quotientẽ adscribe priori versus dextram. Deinde hunc digitum siue quotientem

1 4
4 1 0 6 3 6 2 5
9 Triplum
27 Diuisor (3

tem

tem inuentum, duc in diuisorem, productum eidem diuisori subiice, mox eundem digitum seu quotientem duc in se, siue (vt vocant) quadra, Quadratum deinceps in triplum, productum huic triplo subiice, & loco inferiori, quàm prius productum. Tandem eundem digitum seu quotientem cubica, hoc est, multiplica bis in se, cubicum hunc sub puncto notato, & loco infimo. Tria igitur hæc producta in vnam summã collecta, eo tamen ordine quo ponuntur, si possunt à superioribus subduci, subduc, & residuum suprascribe. Sin minus, minuendus est digitus ille quotientis eousq; ac tentandũ per multiplicationem ac additionem, quo subduci possit à superiori, manẽte semper diuisore & triplo. Vt in nostro exemplo, tripla quotientem scilicet 3, exurgunt 9, quæ scribo sub 6, deinde multiplico eadem 3 in 9, exeunt 27, quæ collocantur vna figura *Exemplũ.*

deinceps versus læuam & loco inferiori. Diuido igitur 140 per 27, atq; comperio quater contineri in 140, Scribo igitur 4 apud 3, iam multiplico 4 in 27, exeunt 108, quæ notanda sunt sub 27. Secundò multiplica 4 in se quadratè, hoc est, semel, exeunt 16, hæc duco in triplum, scilicet 9, exurgunt 144 collocanda sub triplo. Tertiò multiplico 4 in se cubicè, hoc est bis, exeũt 64, statuenda sub puncto, tandem collectis his tribus productis in vnam summã, prodeunt 12304, quę aufero ex superioribus, suprascripto residuo 1759.

1

1759

41 ø 63 625

9

27 Diuisor (34

108

144

64 Cubus

12304 Summa.

Hæc igitur ſumma eſt totius operationis, nam quicquid deinceps reſtat, ne puncto quidem differt à iam dicto Canone, Ne tamen per ſocordiam videamur defuiſſe ſtudioſis, repetemus operationem Canonis per exemplum propoſitum.

Tripla igitur totum quotientẽ, ſcilicet 34, exeunt 102, quæ colloca ita vt prima ſit ſub figura, quæ proxime ſequitur punctum præcedens, reliquæ ex ordine, deinde rurſus multiplica totum quotientem, nempe 34 in triplũ ſcilicet 102, ſurgunt 3468, ea colloca ſub triplo, verum vt vno loco poſt tripli initiũ ſumas exordium, hic igitur numerus diuiſoris vice fungitur. Videiam quoties in ſuperiori contineatur, quoniam ergo 3 in 17 tantũ quinquies habentur, adiunge 5 ad quotientẽ, deinde multiplica 5 in 3468 diuiſorẽ, hinc creſcunt 17340, collocãda ſub diuiſore. Secundo multiplico quadratũ *Declaratio.*

eiusdem digiti postremo in quotientem additi, quod est 25, in triplum scz 102, nascuntur 2550 notanda sub triplo. Tertio duc eadem 5 iam postremo in quotientem posita in se bis, hoc est, cubicè, oriuntur 125 statuenda sub puncto. Tandem tria hæc procreata siue producta in vnam summam collecta, eo ordine quo posita sunt, efficiunt 1759625, quæ ex superioribus extracta, nihil relinquunt. Quod indicium est, numerum propositum ab initio fuisse verè cubicũ. Atq; iam inuenisti radicem cubicam eius esse 345.

Notandũ. Hic quoq; idem notandum, quod in quadratis monuimus, dum per diuisionẽ nullus quotiens inueniri potest, scribendam

```
1759
4186 3625
  ..  ..  .
   102
  3468      (345
 17340
  2550
   125
 1759625
```

dam esse in q̃tiente cyphram o, ac tum rursus incipiendum à Canone, primo triplando, triplũ vero sub figura proxima à puncto præcedente ponendo, ac reliqua ex ordine. Vide exemplum sequens 12955431 6, huius radix est 506, ac restant 100. Item huius radix 80 61234 est 200, restant verò 61234. Atq; ideo huiusmodi numeri nõ sunt cubici, neq; eorum radix vnquam inueniri poterit, quin semper vel minimum desit vel supsit. In partibus siue fractis tamen exactè vsq; adeo inquiri potest radix eorum cubica, vt parum omnino & sensum fugiens desideretur, quod hoc pacto fit: Multiplica nominatorem fractionis in se cubicè, hoc productum duc in numerum cuius radix inuenienda proponitur, totius huius producti inquire radicem cubicam, ea ostendet quot tales particulas, quales scire voluisti, cõtineat radix, Exempli gratia. Volo inquirere

*Radix cubica per minutias.*

*Exemplũ.*

quot centesimas habent radix cubica de 623, ob id duco in se cubicè 100, fiunt 1000000, per hunc multiplico 623 exurgunt 623000000, huius radix cubica est 854, & restãt 164136. Pronuncio igitur radicem cubicam de 623 esse $\frac{854}{100}$, hoc est 8 integra & $\frac{54}{100}$, quæ valent dimidium & $\frac{1}{25}$. Ita potes non solum centesimas partes, verum millesimas, & millesimarum millesimas inquirere, & non solum in integris, verum etiam in fractis siue minutijs.

## DE PARTIBVS SIVE minutijs.

SI partium radicem quadratam vel cubicam inuenire desideras, quære radicẽ numeratoris & radicem denominatoris, quæ duæ radicem explicabunt, vt radix quadrata de $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ sunt $\frac{4}{5}$. Item, radix cubica de $\frac{27}{64}$, sunt $\frac{3}{4}$. Cum vero alter eorum radice caruerit, frustra

ſtra inquires in altero, vt $\frac{16}{25}$, quamuis radix quadrata de 16 detur, quoniam tamen 27 radicem quãdratam non habent, dico fractionem radice carere. Contra 27 quamuis radicem habeant cubicam, tamen fractionem carere dico radice cubica, quia 16 non habent radicem cubicam. Ita $\frac{16}{25}$ neq; radicem cubicam, neq; quadratam habent. Poteſt tamen in huiuſmodi inquiri radix in minimis particulis & ad ſenſum nõ fallens, per regulam antea datam de ſurdis numeris in integris.

Qualiter vero aliæ radices numerorum, quales ſunt quadrata quadratæ, quadrata cubicæ, ſurſolida vt vocant, ac aliæ omnes in infinitum, inquirantur, dicemus ſi Deus annuerit, cum de regula Algebræ ſiue Coſs tractabimus ſeorſum. Iam breuibus aliquot quæſtionibus vſum harum oſtendemus, qui tamen in Geometria ac Aſtrologia in immenſum patet.

Quæstio prima.

Turris quædam alta 200 pedes, in ambitu habet fossam 60 pedum, iam ab vlteriori ripa ad cacumē turris fabricanda scala est, eius longitudinem sic inuenies. Multiplica 200 in se quadratē, exurgunt 40000, similiter 60 in se, efficiunt 3600, quæ adde ad prius quadratum, nempe 40000, exurgunt 43600, huius radix quadrata scilicet 208 $\frac{1}{5}$ quasi, ostendit longitudinem scalæ fabricandæ. Cuius ratio est, quoniam hic intelligitur trigonus rectangulus, cuius duo quadrata minorum laterum, perpetuo tantundem faciunt ac maximi lateris quadratum, per penultimam primi Euclidis.

Quæstio secunda.

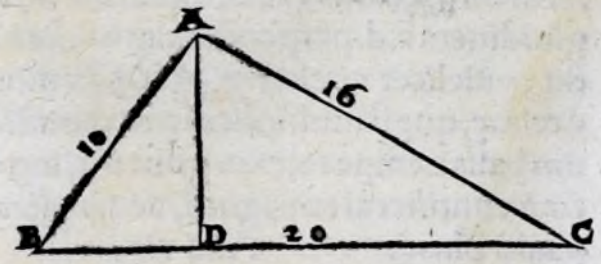
Ex eodem fundamento, si habeas scalam 100 pedum, eamq; remoueas 20 pedibus à turri, scies quantum protenditur in turrim, Multiplica enim 100 in se, fiunt 10000, similiter 20,

sunt

sunt 400, quæ aufer ex 10000, restant 9600, cuius radix quadrata per modũ iam traditum inuenta indicabit quantum in turri protenditur scala, nempe paulò minus 98 pedibus.

Quæstio tertia.

Proponitur ager trigonus non rectangulus, cuius tria latera sunt nota, 16. 10. 20. Verum capacitas siue quantitas agri triangularis non potest commodè sciri, nisi cognita linea perpẽdiculari, ex angulo maiori ad latus




oppositum, qualis est a. d. quã si multiplicaueris in medietatem b. c. exurgit vera area aut superficies agri. Ergo vt lineam a. d. per numeros inuenias,

per

per decimam tertiam secundi Euclidis, multiplica vnumquodq; latus in se, fiunt 100, 256, & 400, deinde adde duo maiora quadrata, scz 256 cũ 400, exurgũt 656. Hinc aufer minimũ quadratũ, scz 100, restant 556, hæc media semper, fiunt 278, ea diuide per maximũ latus scz 20, fiunt 13 $\frac{8}{10}$ linea d. c. semper maior scz portio basis, ergo reliqua b. d. 6 $\frac{1}{10}$. Iam vt habeas lineã a. d. duc in se 6 $\frac{1}{10}$, fiunt 37 $\frac{21}{100}$. Itẽ duc in se 10, fiunt 100, aufer minus à maiori, restant 62 $\frac{79}{100}$, cuius radix quadrata longitudinem a. d. perpendicularis ostendit, videlicet circiter 7 $\frac{9}{10}$ & $\frac{1}{5}\frac{9}{3}$ vnius decimę, quę si multiplices per dimidium basis nempe 10, exurgunt 79, tantum continet area trigoni, ac amplius paulò plus $\frac{1}{4}$. Alia via.

Idem aliter efficies sine cognitione perpendicularis, hac via. Adde omnia latera, exeunt 46, hæc media fiunt 23, hinc aufer singula latera, restãt 13. 7. 3. hęc tria residua duc in inuicem, primũ

13 per 7, fiunt 91, hæc per 3, fiunt 273, hoc productum rursus multiplica per medietatem omnium laterum 23, producuntur 6279, huius radix quadrata 79 & paulò plus $\frac{1}{4}$, quantitatem areæ ostendit.

Vas sphæricum quoddam continet 60 sextarios liquoris, eius diameter 14 palmos obtinet, Conficiendum est cubicum corpus eiusdem capacitatis cum sphærico, quæritur longitudo cubici corporis, Hoc vt efficias, inquiras capacitatẽ sphęræ ex diametro nota, exempli gratia, statuta est 14 palmorum, hos multiplica bis in se, id quod vocant cubicè, fiunt 2744, deinde per regulam Geometricam duc 2744 in 11, exurgunt 30184, ea diuide per 21, inuenies 1437 $\frac{1}{3}$. Hanc volunt esse capacitatem sphærę secundum diametrum notam, hoc est, sphæram & cubum, si eiusdem altitudinis fuerint, esse in proportione 11 & 21. Igitur radicem cubicam

*Exempli quartum.*

bicam de 1437 $\frac{1}{3}$ inquiras, habebis latus cubici corporis quod æquale fiet sphærico, scilicet 11 palmos & $\frac{2}{25}$ quasi.

AT quoniam harum quæstionum Geometricarum enodationes, Geometriæ non mediocrem requirant peritiam, in præsentiarum missas has facere statuimus, ac ad libellum de Geometriæ praxi seruare. Et iam finem facerem, nisi in memoriam veniret promissionis de regula falsi, qua ratione ea liceat vti in exemplis secundæ, tertiæ & quartæ regulæ, quam vocant Cos's, quod ante nos nemo tentauit. Igitur vt rem breuibus accipias, proponenda prius exempla sunt.

*Regula Falsi.*

Est area quædam quadrangularis, continens in superficie 200 cubitos quadrangulos, eius longitudo est dimidio maior latitudine, quæritur & longitudo & latitudo. Per regulam ergo falsi, pone latitudinem 4 cubitorum

*Quæstio prima.*

rum, erit longitudo 6, duc in inuicem, exurgunt 24, debebant esse 200, absumus igitur à scopo 176. Rursus pone latitudinem 20, erit longitudo 30, duc hæc in inuicem, exurgunt 600, excedunt scopum 400. Huc vsq; omnia Regulæ falsi consonant. Sed iam multiplica hypotheses in se quadratè, 4 scz & 20, fiunt 16 & 400, hæc quadrata sint tibi hypotheses, ac deinceps cum differentijs 176 & 400 operare, vt in regula falsi docuimus, multiplica scilicet 16 per 400, fiunt 6400, similiter 400 in 176, fiunt 70400, hæc adde, exurgunt 76800, similiter adde differentias, fiunt 576. Diuide iam 76800 per 576, habes $133\frac{1}{3}$, huius quære radicem quadratam, ea latitudinẽ tibi ostendet, scilicet $11\frac{2}{3}$ paulò plus, ergo longitudo $17\frac{31}{100}$ paulò plus. Hi duo numeri in inuicem ducti, 200 ferè constituũt, neq; vnquam vera longitudo aut latitudo numeris exprimi potest.

Regula

## REGVLA FALSI VNIVS positionis.

HAec exempla & plura alia commodius faciliusq; fient per vnam positionem. Cum enim operatus fueris cũ hypothesi data ad finem vsq; quæstionis secundum tenorem exempli, si non assecutus es scopum, tum diuide numerum propositum qui tanq; regula proponitur per vltimum tuæ operationis numerum, producti quære radicẽ quadratã, si exemplũ fuit secundę regulę Cos, aut Cubicam si tertiæ, aut denicq; radicis radicem si quartę fuit, p radicem multiplica primũ numerum positum à te, prouenit numerus quæsitus. Quod prius propositum fuit repetamus. Sit ergo latitudo 10, erit longitudo 15, quæ duc in inuicem, prouenit 150, sed debebant esse 200. Diuide igitur 200 per 150 prouenit $1\frac{1}{3}$, cuius si radicem multiplices per 10, prouenit $11\frac{17}{33}$ quasi, quæ parum à superiori differũt.

*Exemplũ.*

Tres

Tres ſunt numeri in dupla proportione, ſi quadrata eorũ coniungantur, efficiunt 189, finge primum 2, erit ſecundus 4, tertius 8, quadrata ſunt 4, 16, 64, quæ ſimul reddunt 84, ſed debebant eſſe 189. Diuide igitur 189 per 84, proueniunt $\frac{9}{4}$, cuius radix $\frac{3}{2}$, quæ duc in primum ſcilicet 2, proueniunt $\frac{6}{2}$ ſiue 3, qui erit primus numerus, ſecundus 6, tertius 12, quadrata 9, 36, 144, quæ ſimul faciunt 189, vt volebat quæſtio.

Aliud.

Emi 60 vlnas panni pro aliquot aureis, q quot numero ſunt, tot vlnas habeo pro 15 aureis. Volo ſcire aureorum ſummam. Pone 20. Iam dic, 20 aurei dant 60 vlnas, quot 15 aurei? facit 45 vlnas, at debebant eſſe 20 tantũ vlnæ, quot ſcilicet ſunt aurei. Diuide igitur 45, quia hic eſt tanq; ſcopus propoſitus per 20, hypotheſim ſcz, proueniunt $\frac{9}{4}$ quorum radix valet $\frac{3}{2}$, quæ duc in 20, proueniunt 30.

*Aliud.* Quadratum propositum est, quod 154 obtinet pedes, volo ex Archimedis regula Circulum illi æqualem describere, quæro quanta debeat esse diameter. Finge 7 pedũ, igitur peripheria habet 22, area 38 ½, sed debebãt esse 154, igitur diuide 154 per 38 ½, proueniunt 4, horum radix valet 2, quę duc in 7, proueniunt 14, ea est diameter.

*Aliud.* Mercatores aliquot inito consorcio, adferunt singuli decies tot aureos quot sunt mercatores, lucrantur centenis singulis aureis bis tot aureos, quot sunt mercatores, lucri dimidium ostendit, quantum quisq; attulerit, Quæstio est de numero mercatorum, & aureorum. Demus igitur 5 fuisse mercatores, adferunt singuli 50 aureos, summa producit 250 aureos, lucrãtur per 100, 10 aureos, quantum per 250 facit 25, huius dimidium 12 ½ debebat ostẽdere quantum quisq; attulerat, scilicet 50. Diuide igitur 50 per 12 ½, proueniunt

niunt 4, quorum radix quadrata 2, ducta in 5 facit 10 mercatores.

Consumpti sunt in symposio 75 denarij, soluit quisq; conuiuarum tertiam partem numeri illius qui conuiuas exprimit, quot erant conuiuæ &c. Finge 12, ergo quiuis soluit 4 denarios, vt pote $\frac{1}{3}$ de 12, quæ duc in 12 exeũt 48, debebant autem persoluere 75. Diuide igitur 75 per 48, proueniunt $\frac{25}{16}$, cuius radix $\frac{5}{4}$, ea multiplica in 12 exurgunt 15 conuiuæ. Aliud.

Mercatores quidem ignoto numero, inito consorcio conferunt singuli decies tot aureos, quot ipsi sunt numero mercatores, lucrantur singulis centenis totidẽ aureos, quot sunt homines ipsi numero. Iterum solo lucro negociantur, & lucrantur singulis centenis vt prius, compertum autem est, sortẽ ipsam vigesies & quinquies tantum valere, quantum lucri lucrum, qt erant negociatores &c. Finge 10, ergo Aliud.

singuli contribuunt 100, summa facit 1000. Lucrantur per 100, 10 aureos, ergo per 1000 lucrantur 100. Hoc lucro rursus negociantur, ac lucrantur 10, quę debebāt esse vicesimaquinta pars sortis, scilicet 1000, sed vicesimaquinta pars est 40, igitur diuide 40 per 10, fiunt 4, quorū radix quadrata 2, ducta in 10, facit 20 mercatores, adfert quisq; 200 aureos, summa 4000, lucrantur per 100, 20, ergo per 4000, 800. Hoc lucro rursus negociantur, ac lucrantur 160, quæ multiplicata per 25 efficiunt sortem præscriptam 4000.

## EX TERTIA REGVLA Cos, siue Algebræ.

IN tertia regula Algebræ, vbi prius multiplicasti quadratè, hic multiplica cubicè, hoc est, bis in se. Simili ratione vti præcedenti regula radicē quadratam inquisiuisti, hic cubica inquirenda est, cætera non mutantur, siue p

vnam

vnam positionem siue per duas operatus fueris. Murus est extruendus quadratus, qui contineat 432 lapides cubicæ figuræ. Volo autem vt longitudo latitudini sit æqualis, sed altitudo ¼ longitudinis, quæro quæ sit longitudo, latitudo, & altitudo? Finge longitudinem 4, & latitudinem similiter 4, erit altitudo 1. Multiplica igitur longitudinem per latitudinem, 4 per 4, exurgunt 16, ea duc in altitudinem 1. scz, manent 16, debebant autem esse 432. Igitur diuide 432 per 16, exurgunt 27, quorum radix cubica 3, ducta in 4, facit 12, tanta erit longitudo & latitudo, altitudo 3.

Murum construere statui, cuius longitudo latitudine siue crassicie sit dimidio maior, & altitudo dimidia parte maior longitudine, continebit autem in summa 5832 lapides cubicos, hoc est, hexaedros siue sex superficierum æqualium & laterum æqualium, quæ- *Aliud.*

ritur longitudo, latitudo, & altitudo. Finge minorem nempe crassiciem 2. erit longitudo 3, altitudo $4\frac{1}{2}$. duc hos in inuicem, scilicet 2 in 3, fiunt 6, hæc per $4\frac{1}{2}$, exurgunt 27, debebant autem esse 5832. Hæc igitur diuide per 27, exurgunt 216, harũ radix cubica 6, ducta in primam Hypothesim scilicet 2, facit 12, ea erit crassitudo, longitudo 18.

Quidam incerta pecuniæ summa, emit piperis tot libras pro vno aureo, quanta est medietas aureorum omnium, Vendens deinde piper, accipit pro 25 lib. tot aureos, quot ab initio expendit, ac in fine 20 tantum aureos habuit, Quæritur & pecuniæ & piperis quantitas: Finge ipsum 50 habuisse aureos, ergo pro vno aureo emit 25 lib. piperis, si pro vno 25 quantũ pro 50: facit 1250 libras piperis, vendit 25 libras pro 50 aureis, ergo 1250 pro 2500, sed debebat habere tantum 20 aureos. Diuide igitur 20 per 2500,

producuntur $\frac{2}{25}\frac{8}{00}$ siue $\frac{2}{25}\frac{2}{00}$, aut tandem $\frac{1}{12}\frac{1}{25}$, huius radix cubica valet $\frac{1}{5}$, hanc duc in 50, exurgunt 10 aurei, qs ab initio habebat mercator.

Ex quarta regula Coss.

ET hic idem modus operandi est, qui in præcedentibus, tantum mutato nomine cubi, in quadrati quadratum, & radicis cubicæ in radicis radicem. Vocamus autem quadrati quadratum numerum, qui ex ductu quadrati alicuius in se ipsam producitur, vt 9 cum sint quadratum de 3, erunt 81 quadrati quadratum, & ratione hac 3, radicis radix de 81. radix enim de 81, valet 9, huius item radix 3.

Duo simul instituunt negociationem, sed prior quadruplo plus habet pecuniæ quàm alter, emit idem piperis tot libras pro vno aureo, quot habet in summa aureos. Deinde rursus vendens piper, accipit pro 16 lib. *Exemplũ.*

piperis tot aureos, quot valet centesima pars liberarum piperis. Alter emit crocū, pro vno aureo tot lib. quot habet aureos, Vendens crocum, accipit pro vna lib. croci dimidio plus, quàm prior accepit pro 16 lib. piperis, tandem nummos computantes, inueniūt 250. Quęritur vtriusq; summa? Finge priorem habuisse 80. ergo posterior 20. Item emit prior pro vno aureo 80 lib. ergo pro 80 aureis 6400 lib. Vendens iam piper, accipit pro 16. lib. 64 aureos, vt pote centesimam de 6400. Iam dic, 16 valent 64, quantū 6400? facit 25600. Alter emit crocum p vno aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 400 lib. vendit vnam libram dimidio pluris, quàm prior 16 libras piperis, scilicet pro 96. Iam dic, 1 lib. pro 96 aureis quanti 400? facit 38400. Hanc summam coniunge priori, scz 25600, facit 64000, sed debebāt esse 250 tantū, igitur diuide 250 per 64000, fiunt $\frac{25}{64000}$,

quę

quæ valent $\frac{1}{256}$, huius radicis radix est $\frac{1}{4}$, nam radix prior est 16, cuius deinde radix valet 4, vnitatis autē radix semper est 1. Igitur multiplica 80 per $\frac{1}{4}$, prueniunt 20 aurei pro priore, 5 pro altero, emit prior pro vno aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 400 lib. Accipit pro 16 lib. piperis 4, nempe centesimā partem de 400, igitur pro 400 libris 100 aureos. Alter emit croci 5 lib. pro vno aureo, igitur pro 5 aureis, 25 lib. vendit vnam lib. pro 6 aureis, hinc est quod 25 pro 150 vendidisse constet. Iam 150 cum 100 aureis, efficiunt 250 aur. vti voluit quæstio.

Hæc adijcere tempestiuum mihi videbatur, vt radicū vsum nonnihil declararem, quas alioqui nisi huiusmodi illecebris allecti fuerint, multi tanquā Cyclopum scopulos penitus fugiunt. Scio equidem, & fateor, nihil ista esse ad perfectionem illam Regulæ illius diuinæ Algebræ, quum multa sint ero

temata similia etiam secundæ vel primæ regulæ, quæ sine Algebræ perfecta cognitione absolui nequeunt, vt interim omittam omnia quintæ, sextæ, septimæ, ac reliquarum regularum exempla, quæ perpulchrè Christophorus Iauuer in ordinem digessit. Sed hæc veluti præambula ac progymnasmata sint ad illa altiora, quæ aliquando, Deo fauente, in lucem dabimus, nisi per alios, quos indies expectamus, nobis hæc palma præripiatur.

## DE PROPORTIONE
### pars Quarta.

PRoportionẽ appellant Mathematici diuersarum quantitatum ad inuicem habitũ seu rationẽ. Ac primum in triplicem distinguitur, In Musicã videlicet, quæ concentum seu tonorum

*Musica proportio.*

ad

ad inuicem ſymmetriam tractat. In Arithmeticam, quę ſecundum qualitatẽ exceſſus proportionum metitur, veluti ſi dicat quis, 12 ad 8, eam habere rationem, quam 16 ad 12, eò q̃ vterque exceſſus æqualis ſit. Demum in Geometricam, quam in præſentiarum tractamus, Ea eſt duarum eiuſdem generis quantitatum certa ad inuicem habitudo. Diuiditur in duplicem proportionem, nempe æqualitatis & inæqualitatis. Proportio æqualitatis eſt, dum duæ quantitates æquales ad inuicem comparantur, vt 6 ad 6, 100 ad 100. De hac nihil amplius dicendum eſt. Proportio inæqualitatis, quæ eſt dum duæ inæquales quantitates eiuſdem tamen generis, ad inuicem conferuntur, Diuiditurque in proportionem maioris inæqualitatis & minoris, quæ ſanè non alia ratione diſſident, quàm quòd in illa maior ad minorẽ confertur, vt 6 ad 1, ſextuplam

*Arithmetica.*

*Geometrica.*

*Proportio æqualitatis & inæqualitatis.*

*Maioris inæqualitatis.*

tuplam habet proportionem, contra 1 ad 6 proportionem subsextuplam habet, atq; hæc minoris inæqualitatis est. Verum cum hæ non differant nisi per dictionem, sub, quam minori sem per addunt, quicquid de vna dicitur, de altera intelligendum est pariter.

*Proportionis speciesq.*

Proportio igitur maioris inæqualitatis & minoris, diuiditur in quinq; species præcipuas, scilicet Multiplex, Superparticulare, Superpartiẽs, Multiplex superparticulare, & Multiplex superpartiens.

*Multiplex*

Multiplex est, cum maior minorem aliquoties exactè continet, idq; amplius quàm semel, veluti 10 ad 5, itẽ 8 ad 2. Cum igitur maior minorem bis continet exactè, tunc vocatur dupla proportio, si ter, tripla, si quater, quadrupla, ac sic de reliquis ex ordine.

*Superparticularis.*

Superparticularis proportio est, quum maior quantitas minorem continet

tinet ſemel, ac vnam tantum particulã minoris, veluti 3 ad 2 proportionem habet ſeſquialteram. 4 ad 3, proportionem ſeſquitertiam, 11 ad 10 proportionem ſeſquidecimam, ita enim nomina imponuntur omnibus. Verum hic notandum eſt, huiuſmodi numeros ad minimam habitudinem reduci debere, quod facile fit, diuiſa maiore quantitate per minorem, & fractione reſidua reducta ad minimos numeros, quibus ſcribi poſsint, per Canones in minutijs datos. Vt ſi proportionem, quæ eſt inter 15 & 12 explicare placet, diuide 15 per 12, exurgunt $1\frac{1}{4}$, eſt igitur proportio ſeſquiquarta. Itẽ 17 ad 14, proportionem habet $1\frac{1}{3}$, hoc eſt ſeſquiſeptimã, ac ſimili via de alijs iudicandum. Initium enim nominis eſt ſemper dictio ſeſqui, deinde à denominatore fractionis ex diuiſione prouenientis perficitur.

*De proportionis nomine nota.*

Superpartiens eſt, cum maior quantitas

*Superpartiens.*

titas minorem semel complectitur, ac insuper aliquot minoris particulas, vt 5 ad 3, proportionem habet superbipartientem tertias, continet enim 5 semel 3, ac insuper 2 tertias. Nomen igitur huius proportionis à super, inicium sumit, medium est ex numeratore fractionis ex diuisione prouenientis, clauditur vero à denominatore eiusdem fractionis. Veluti si proportionem vis explicare, quæ est inter 10 & 7, diuide 10 per 7, proueniunt $1\frac{3}{7}$, vocatur igitur proportio supertripartiens septimas. Item 34 ad 20, proportio est superseptupartiens decimas, vel superpartiens septem decimas, quæ sic scribitur $1\frac{7}{10}$, Simili via in alijs procedendum.

*Multiplex superparticularis.*

Multiplex superparticularis proportio est, cum maior minorẽ aliquoties continet, idq; amplius quã semel, ac præterea vnam minoris particulã. Atq; hic vt proportio est ex duabus

prio-

prioribus prius dictis composita, ita nominis quoq; ratio ex illis habetur, diuidendo maiorem per minorem, vt si proportionem quæ est inter 15 & 7 explicare volueris, Diuide 15 per 7, fiunt $2\frac{1}{7}$, Est igitur proportio dupla sesquiseptima. Item 18 per 4, proportio est $4\frac{1}{2}$, hoc est, quadrupla sesquialtera, atq; hinc non difficile est in alijs similiter nomen inuenire.

*Multiplex superpartiens.*

Multiplex superpartiens est, cum maior minorem amplius quàm semel complectitur, & præterea aliquot minoris particulas. Et hic nomen ex duabus prioribus proportionibus sumitur, vt proportio 11 ad 4, cognoscitur, si diuidas 11 per 4, exeunt $2\frac{3}{4}$, hoc est, dupla supertripartiens quartas. Item 19 ad 5, rationem habent $3\frac{4}{5}$, hoc est, triplam super quadripartientem quintas, siue superpartientē quatuor quintas. Eadem ratio in alijs est.

DE

# ARITHMETICAE

## DE PROPORTIONE FRA-ctorum, siue minutiarum.

QVEmadmodum integrorum proportiones dinoscuntur diuidendo maiorem per minorem, eadem vi partium seu minutiarum habitudines noscuntur per diuisionem eam, quæ in Fractis dicta est, veluti $\frac{3}{3}$ ad $\frac{5}{6}$, proportionem habet sesquiquartã, quia $\frac{5}{6}$ diuisæ per $\frac{3}{3}$, efficiunt $1\frac{3}{15}$, siue $1\frac{1}{4}$, similiter 3 ad $\frac{2}{3}$, rationem habet quadruplam sesquialteram, 3 enim diuisa per $\frac{2}{3}$, efficiunt $4\frac{1}{2}$.

### Qua ratione proportio quæuis continuo extendatur.

Datis duobus numeris sub certa habitudine, si vis tertium illis adiungere, qui sub eadem proportione se habeat ad secundũ, qua secundus ad primũ, tunc duc secundum in seipsum, productum diuide per primum. Exempli causa, Volo tertium numerũ inueni-

re in

re in ea proportione qua se habent 2 & 6, Duc in seipsum 6, fiunt 36, ea diuide per 2, fiunt 18, hic erit tertius numerus. Ita si libet deinceps quantumuis progredi, duc vltimum numerum in seipsum, productum partire per penultimum. Hæc autem regula pendet ex Regula aurea siue proportionum, perinde enim fit, ac si dicas, 2 lucrantur 6, quantum lucrabuntur 6? Tales autem numeri vocantur proportionales. *Proportionales.*

De Medio proportionali.

Medium proportionale vocatur quantitas media inter duas, quæ ita se habet ad minorem se, quemadmodũ maior ad mediam. In numeris inuenitur, si ducas primam in vltimam, tum producti radix quadrata ostendit medium proportionale. Vt si velim inquirere medium proportionale inter 3 & 12, duco 3 in 12, exurgunt 36, quorum

rum radix est 6 medium proportionale inter 3 & 12. Item inter 4 & 9 eadem 6 inter $\frac{3}{4}$ & 3 integra, duc 3 in $\frac{3}{4}$, fiunt $\frac{9}{4}$, quorum radix est $\frac{3}{2}$, dico hinc $\frac{3}{2}$ media esse inter $\frac{3}{4}$ & 3, est enim vtrobiq; dupla proportio. Duo autem media proportionalia inter quoscunq; numeros inuenies hoc pacto. Minorem duc in se, productum in maiorem, quotientis radix cubica ostendit minorem numerũ tanquam mediũ proportionale mediantem, in proportione secundum, vt inter 3 & 24, sic inuenies duo media, duc tria in se, sunt 9, hæc duc in 24, fiunt 216, cuius radix cubica 6 est. Deinde vt tertium habeas ex priori regula, duc 6 in se, sunt 36, & diuide per 3, exeunt 12. Est igitur continua proportio 3, 6, 12, 24, At in multis non dari medium proportionale, non debet male habere, cum id numerorum non ferat natura, vt inter 3 & 8, medium proportionale est

*Duo media proportionalia.*

le est radix quadrata de 24, verum hęc in numeris non potest assignari.

## DE PROPORTIONVM additione & subductione.

ETsi autem vel exiguus vel nullus est vsus harum specierum in communi rerum vsu, cum tamen in Astronomicis & Geometricis rebus sint admodum necessariæ, placuit eas non omittere.

Additurus ergo duas magnitudinum proportiones siue habitudines in vnam summam, hoc est, explicaturus eas per alium numerũ qui vtranque rationem complectatur, statue ipsas proportiones in terminis suis in modum minutiarum, vt antea docui, Deinde multiplica denominationes has, siue (vt alij vocant) terminos, in inuicem, quemadmodum in minutijs diximus, producetur alia denominatio summam duarum proportionum complectens. Praxis.

*Si plures sint adden dæ.*

Si vero plures fuerint proportiones, tum primum prioris terminos in secundæ proportionis terminos multiplica, summã hanc in tertiæ proportionis terminos duc, atq; ita deinceps ad finem pregredere, postrema multiplicatio summam ostendet omnium proportionũ. Exempli gratia, placet colligere summam proportionũ quæ sunt inter 6, 12, & 18. Cum igitur primi & secundi numeri proportio sit 2, hoc est dupla, secundi vero & tertij $1\frac{1}{2}$, hoc est, sesquialtera, duco 2 in $1\frac{1}{2}$, proueniunt $\frac{6}{2}$ hoc est, tripla proportio. Item statuo colligendam summã

*Exemplũ.*

*Aliud.*

porportionum, quæ sunt inter 2.4.10. 15.20.28. statuo primum terminos, q sic se habent, 2, $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{5}$. Iam duco 2 in $2\frac{1}{2}$, exurgunt $1\frac{0}{2}$ hoc est, quintupla proportio, deinde hæc 5 duco in $1\frac{1}{2}$, proueniunt $1\frac{5}{2}$, quæ duco in, $1\frac{1}{3}$, producuntur $\frac{10}{6}$, siue 10, hoc est, decupla proportio, deinde 10 hæc duco in $1\frac{2}{5}$, pro-

prodeunt $\frac{2}{3}$, hoc est 14. Dico ergo summam omnium proportionum esse decuplam & quadruplam.

Subductionis vero contraria ratio est. Nempe diuidendi sunt termini vnius proportionis per terminos alterius proportionis, Sic enim ex sectione hac producentur termini excessum duarum proportionum significantes. Verũ hic ante omnia nosse oportet, utra proportionum maior sit, id quod clarissime denominationes siue termini earum significant. Maior enim proportio dicitur, cuius termini maiores sunt, siue cuius denominatio maior, vtra autem denominationum maior sit in integris, facile est iudicare. In minutijs vero artem tradidimus de minutijs iudicandis. Itaq; vt vno verbo dicam, Subducturus vnam proportionem ex altera, diuide maiorem per minorem, collocatis ipsis in terminis, tum enim proueniet excessus

proportionum. Vt subducere volo rationem quæ est inter 6 & 15, ab ea quæ est inter 4 & 15, hoc est $2\frac{1}{2}$, siue duplam sesquialteram ex $3\frac{3}{4}$, siue tripla supertripartiente quartas, diuido $3\frac{3}{4}$, vel $\frac{15}{4}$, per $\frac{5}{2}$, producuntur $\frac{30}{20}$, siue $\frac{3}{2}$, hoc est $1\frac{1}{2}$, siue sesquialtera proportio. Tantus est excessus duarum proportionum dictarum. Quis vero harum specierum vsus sit, videre licet apud Claudium Ptolemæum primo libro magnæ compositionis. Multiplicationis vero & diuisionis proportionum nullum hic requires artificium, quandoquidem natura rerum non admittit.

De proportionalitabus vero nihil in præsentiarum dicere statui, ne instituti mei rationem transgrediar. Hæ enim ad opificium numerorum siue praxim parum aut nihil conferunt, sed ex finitionum intellectu pendent. Quamobrem his nostris bene intellectis,

ctis, nihil est ab alijs descriptum in hac arte ( dempta illa regula Algebræ) quin facilè quiuis adiequatur, modo ad regulas à me dictas omnia reducat, id quod exercitatio magis magisq; docebit.

## IVCVNDAE ALIQVOT quæstiunculæ.

SI quis petat quatuor ponderibus tantũ omnia perpendí pondera, quæ sunt ab vno vsq; ad 40, ita vt non opus sit alijs ponderibus, Id efficies, si vnum pondus sit vnius libræ, secundũ triũ, tertium 9, quartum 27. His enim potes omnia emetiri pondera ab vno ad 40, vt si velis efficere 21 libras, pone in altera bilance 27 & 3, in altera vero 9. Si 20 libras petis, pone in altera 27 & 3, in altera 9 & 1. Eadem ratione licebit quinque ponderi-

ribus perpendere omnia pondera ab vno ad 121 vſq́, ſcilicet 1, 3, 9, 27, 81, Item, per 6 ad 364, ſcilicet 1, 3, 9, 27, 81, 243.

Alia. Concepit quidam numerum aliquem, quem vt indices, ita agito. Iube eum triplare conceptũ animo numerum, triplũ mediare, deinde quotientem rurſus triplare, triplum hoc rurſus mediare, At ſi in priori mediatione impar fuerit numerus triplus (id enim inquirendum eſt) tum iube illum parem ex eo facere additione vnitatis, ac deinde mediet, tu vero ex hac additione 1 tibi reſerua. Si vero in poſteriori mediatione id accidat, idem iubebis eum facere, ſed tibi 2 ſeruabis, deinde iube illum abiicere 9, quoties poteſt ex vltimo ſuo numero, tu vero toties 4 numerabis, ac deinde adiicies, ſi quid ſeruaueris. Vt cogitauerit quiſpiam 7. id ſi triplet, erunt 21, quæ non poſſunt mediari, igitur adiiciat 1, fiunt

22,

22, ea mediet, sunt 11, tu vero retine 1, deinde iube vt rursus triplet 11, fiunt 33, ea rursus mediari non possunt, nisi vnitate adiecta, ita erunt 34, quorum dimidium 17 valet, tu vero 2 hic collige, iam iube illum abijcere 9, quoties potest, verum quoniam tantum semel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires, sed pro eo 3 tibi seruaueras, quæ cum 4 addita 7 faciunt.

Si tres diuersæ res abscondantur à tribus diuersis personis, tu vero per Arithmeticam, tanquam diuinus vates, vnicuiq; dicere velis, quam abscondérit rem, ita agito. Sint tres res a. b. c. animo tuo signatæ, personæ vero ordine animo tuo hæreant, primus, secundus, tertius, tum priusquam res abscondant, pone in medium 24 proiectiles, ex his da primo 1 in manu, secundo 2, tertio 3, deinde colloca tres res ordine, & dic illis, vbi abiero, tum Alia.

singuli vnam ex his rebus quamcunq; velint abscondant, sed ea lege, vt qui abscondérit a. capiat ex 18 proiectilibus relictis adhuc tot proiectiles, q̃t habet is ipse in manu. Qui vero b. absconderit, duplum capiat, qui tandem c quadruplum. Reliquum vero in mensa, aut loco aperto relinquant. Hinc tribus rebus & personis per ordinem memoriæ infixis, secedas, quousq; res absconderint, ac rationem inierint. Tum reuersus inspice residuos in tabula proiectiles, qui ꝑpetuo aut est 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tantum fuerit, tũ primus abscondit a. secundus b. tertius c. Si duo, tum primus abscondit b. secundus a. tertius c. Reliquos ex Tabella annexa intelliges modos.

# PARS QVARTA.

| Residui proiectiles. | Personæ. | Res. | |
|---|---|---|---|
| | 1 | a | A= |
| 1 | 2 | b | ue |
| | 3 | c | |
| | 1 | b | Stel= |
| 2 | 2 | a | la |
| | 3 | c | |
| | 1 | a | Ma= |
| 3 | 2 | c | ris |
| | 3 | b | natis |
| | 1 | c | vi= |
| 5 | 2 | a | a |
| | 3 | b | |
| | 1 | b | re= |
| 6 | 2 | c | ctis |
| | 3 | a | |
| | 1 | c | fi= |
| 7 | 2 | b | de. |
| | 3 | a | |

Finis Libelli.

# PROBLEMA
# LECTORI S.

Ad finem huius libelli eruditißimi, uiſum eſt nobis adiungere uenuſtißimũ problema Ariſtotelis, item alia quædam amœna exempla, quæ ſperamus ſtudioſis & uoluptatem & utilitatem allatura, Vale.

## PROBLEMA ARISTOTElis, ex xv. ſectione, in quo diſputat, Cur in numerando ad denarium uſq; progrediamur, & mox eundem numerum iteremus, quoties oporteat.

ΔΙΑ τὶ πάντες ἄνθρωποι καὶ βάρβαροι καὶ ἕλληνες ἐς τὰ δέκα καταριθμοῦσι, καὶ οὐκ εἰς ἄλλον ἀριθμόν, οἷον ε, γ δ, ε, ὥσπερ ἕνδεκα δώδεκα οὐδὲ ἓν ἐξωτέρω παυσάμενοι τῶν δέκα, εἶτα ἐκεῖθεν ἐπαναδιπλοῦσιν. ὅτι γὰρ ἕκαστον τῶν ἀριθμῶν, ὁ ἔμπροσθεν καὶ ἓν ἢ δύο, καὶ οὕτως ἀλλήλοις. ἀριθμοῦσι ἢ ὅμως ὁρίσαντες ἀχρὶ τῶν δέκα. οὐ γὰρ ἀπὸ τύχης γε αὐτὸ ποιοῦντες φαίνονται, καὶ ἀεί. τὸ δὲ ἀεὶ καὶ ἐπὶ πάντων, οὐκ ἀπὸ τύχης, ἀλλὰ φυσικόν. πότερον ὅτι τὰ δέκα τέλειος ἀριθμός. ἔχω γὰρ

γὰρ πάντα τ' ἀριθμὸν εἶδη, ἄρτιον, περιττὸν, τετράγωνον, κύβον, μηκος, ἐπίπεδον, πρῶτον, σύνθετον. ἢ ὅλως ἀρχὴ ἡ δέκας. ἓν γὰρ καὶ δύο καὶ τρία καὶ τέτταρα, γίνεται δεκάς. ἢ ὅλως τὰ φορούμενα σώματα ἐννέα. ἢ ὅλως ἐν δέκα ἀναλογίαις τέτταρες κυβικοὶ ἀριθμοὶ ἀποτελοῦνται, ἧς ὧν φασιν ἀριθμῶν οἱ πυθαγόρειοι τὸ πᾶν συνεσάναι. ἢ ὅλως πάντες ὑπῆρξαν ἄνθρωποι ἔχοντες δέκα δακτύλους, οἷον ὅσω ψήφους ἔχοντες τὸν οἰκεῖον ἀριθμὸν, τούτῳ τῷ πλήθει καὶ ἄλλα ἀριθμοῦσι, μόνοι δὲ ἀριθμοῦσι τὴν ἀρχὴν γένος τι εἰς τέτταρα, διὰ τὸ ὥσπερ τὰ πεδία μὴ δύνασθαι μνημονεύειν ἐπὶ πολὺ, μὴ δὲ χρῆσιν μηδενὸς εἶναι πολλοῦ αὐτοῖς.

Cur omnes homines tàm barbari, quàm græci vsq; ad decem potius numerant, quàm ad alium numerum, veluti duo, tria, quatuor, quinq;. Neq; rursus vltra decem progressi, vt ad vn decim vel duodecim, deinde ad initium redeunt, ac repetunt numerum. Etsi enim quilibet numerus continet præcedentem, & præterea vnum, aut duo

duo, aut alium quendam, tamen primus quasi limes numeri constitutus est denarius. Id autem non fortuito aut casu factũ esse inde apparet, quòd nulla vnquam ætas alium numerum vsurpauit. Quæ autem semper & communi omnium iudicio fiunt, haud temere fiunt, sed natura duce.

1 An ꝙ denarius sit numerus perfectus omnes numeri formas continens, parem, imparem, quadratum, cubicum, linearem, planum, primum, compositum.

2 Aut quòd denarius sit principium seu fons ortus ex vnitate, duobus, tribus, & quatuor conflatis in vnam summam.

3 Aut quòd nota hęc rerum natura ex nouem corporibus mobilibus coagmentata sit.

4 Aut quòd in decẽ analogijs quatuor cubici numeri reperiantur, ex quibus totum hoc vniuersum constitutum

tum volunt Pythagorici.

5 Aut ϕ natura singulis hominibus decem digitos attribuerit, admonens his velut calculis cognati numeri cætera omnia iuxta eandem multitudinem esse distribuenda, atq; numeranda. Apud solos quidem Thraces quoddam est genus hominum, qui vltra quatuor in numerando non progrediuntur, eò ϕ velut pueri non possunt diu meminisse, neq; res suas distribuunt in multas partes.

---

In duplo λόγῳ.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.
1 2 4 8

In triplo λόγῳ.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683
1 3 9 27

## ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ.

Ἡμίονος ἠδ' ὄνος, φορέουσαι οἶνον ἔβαινον.
Αὐτὰρ ὄνος σενάχησεν ἐπ' ἄχθεϊ φόρτου ἑοιο.
Τὼ δὲ βοὺς ἐνάριζε παρ' ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνην,
Μῆτερ τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠὲ κούρη,
Εἰ μέτρον ἔρ μοι δοίης δίπλάσιον σέθεν ἦρα,
Εἰ δ' ἔρ ἀνὴλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις
Εἰπέ τὸ μέτρον ἄρισε γεωμετρίκης ὡϊδίσος.

## PHILIPPI MELANTHONIS.

*Mulæ Asinæq; duos imponit seruulus utres*
*Impletos uino, segnemq; ut uidit Asellam*
*Pondere defessam uestigia figere tarda,*
*Mula rogat. Quid cara parens contare, gemisq;,*
*Vnam ex utre tuo mensuram si mihi reddas,*
*Duplum oneris tunc ipsa feram, Sed si tibi tradam*
*Vnam mensuram, fient æqualia utriq;*
*Pondera. Mensuras dic docte Geometer istas?*

## IDEM IOACHIMI HELLERI.

*Mulus portabat uinum comitatus Asella,*
*Hæc oneris queritur pondera uasta sui,*

*Ille*

Ille graues matris gemitus miratur & inquit,
Cur adeò lacrymis flumina mœsta fluunt?
Mollicies teneras mater decet ista puellas,
Quas premit insuetus debilitatq; labor,
Vnam mensuram si nostros fundis in utres,
Ipse tui uimi pondera dupla feram,
Sin unam contra nostro de fasce leuabis
Partem, tunc æqnum pondus uterq; feret,
Dic mihi mensuras O docte Geometer istas,
Non aliter Phœbi nomine dignus eris.

## ALIVD EIVSDEM.

Acer in Aemonia fugientem ualle Lyciſca
Inſequitur leporem picta per arua uagum,
Hic decies quinis præcedit ſaltibus, ille
Inſtat, & exultans per iuga læta ruit.
Dumq; quater ſaliendo lepus conſurgit in altum,
Hic toties ternis ſaltibus euehitur.
Ac tantum geminis percurrit ſaltibus agri,
Interea quantum conficit ille tribus.
Dic mihi iam quoties ſaltus interante Lyciſca
Contigit infeſto præda petita Cani?

## DE AMBITV TERRAE.

Ambitus vniuersæ terræ hoc modo inquirendus est: Cum singulis gradibus maximi circuli respondeant 15 miliaria germanica communia, quilibet vero circulus distribuatur in 360 partes, ideo sic colloca in regulam, 1 Gradus dat 15 miliaria, quot dant miliaria gradus integri circuli 360. Colliges ex multiplicatione tertij numeri in secundum miliaria communia germanica 5400, quibus vniuersæ terræ circuitus absoluitur.

### Dimetiens terræ.

Constituto terræ ambitu miliarium 5400, quæritur quanta sit eius diameter, id est, quantū sit duplum profunditatis à superficie terræ vsq; ad medium eius, quot centrum vocatur. Est autem iuxta Archimedis demonstrata, cuiusq; circuli linea circumcurrens (quam græci περιφέρειαν, vulgo circūferentiam vocant) ad suam dimetientem, sicut 22 ad 7 proximè. Quare in

hunc

hunc modum pone in regula, 22 dant 7, quot dant 5400, Id est, vicenis binis partibus circumferentiæ congruunt 7 dimetientis, quod miliaria conueniũt simili ratione miliaribus 5400, quę totius terræ ambitum continent: Facit 1718 $\frac{2}{11}$ miliarij, cuius dimidium 859 $\frac{1}{11}$ est profunditas terræ à superficie eius vsq; ad medium.

De altitudine rei per vmbram.

Quidam palus erectus, 12 pedes longus iacit vmbram 18 pedũ eodem articulo temporis, quo vicina quædam turris proijcit vmbram pedum 168, Quæstio est, quanta sit turris altitudo. Hoc loco sciendum est, candẽ esse rationem vmbræ pali ad longitudinem ipsius, quæ est vmbræ turris ad eiusdem altitudinem, sicut quarta sexti Elementorum demonstrat. Proinde sic colloca in regulam, 18 vmbræ dant 12 altitudinis, quot pedes altitudinis exhibent 168 pedes vmbræ: Facit quæsita altitudo turris pedes 112.

## ALIA.

Quidam traditurus est codicem describendum duobus librarijs, quorum alter pollicetur se solū descripturum diebus 12, alter item solum se diebus tantum 10, Quæstio est, si ambo librarij coniungant labores distributis operis, quot diebus absoluant hoc opus? Primū explora, quantam operis partem vterq; iuxta promissam rationem possit diurno labore absoluere, Prior itaq; absoluit duodecimam partem, posterior decimam, Adde iam inter se has fractiones $\frac{1}{12}\frac{1}{10}$, fiunt $\frac{22}{120}$ vel $\frac{11}{60}$. Iam ita colloca, $\frac{1}{60}\frac{1}{60}$ dant 1 diem, quot dies dat vnitas, quæ representat integrum codicem: facit $5\frac{5}{11}$ vnius diei.

## Aliud.

Debitor quidam cum veniret dies solutionis, numerat creditori suo bessem totius debiti, & post pauculos dies, cum iterum collecta pecuniola solueret quadrantem totius summæ, im-

petra-

petrauit à creditore ſuo, vt reliquos 5 aureos poſt menſem reſtitueret, Quęritur integra ſumma huius æris alieni? Adde inuicem beſſem cum quadrante, id eſt, $\frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{4}$, facit $\frac{11}{12}$. Ergo 5 aurei ſunt duodecima pars totius ſummæ. Ideo ſic collocabis $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ dat 5 aureos, q̃t aureos dant $\frac{1}{1}\frac{2}{2}$, id eſt, vnitas facit 60 aureos.

## Aliud, De duobus curſoribus.

Ex duobus curſoribus, qui ex vno loco tendunt vterq; ad eundem locum, alter qui prius ingreditur iter, conficit ſingulis diebus miliaria 5, Cumq; progreſſus eſt iam à primo loco miliaribus 25, id eſt, poſt quintum diẽ, alter indidem digreſſus ſubſequitur priorem curſu velociori, Conficit enim ſingulis diebus 7 miliaria, Quæritur quo die poſterior conſequatur priorem. Conſidera exceſſum diurnorum vtriuſq; itinerum, quo poſterior in ſingulos dies mais magiſq; appro-

pinquat priori, atq; ita pronuncia, Posterior cottidie duobus miliaribus accedit propius ad priorem, quot diebus superat 25 miliaria initio inter vtrunq; ipsorum interiecta, Facit 12 dies cum semisse.

## Simile de Cane & Lepore.

Venaticus canis insequitur Leporem fugientem, ac præcurrentem 50 saltibus leporinis. In hac vero contentione cursus, dū lepus de carnibus periclitatur, ille autem dulcem prædam inhiat, conficit eodem momento temporis canis ternos, Lepus quaternos saltus, Interest tamen aliquid, vt huius terni saltus æquent binos illius. Quæstio est, quot saltibus superet canis interiectos 50 saltus, ac sperat vt præda potiatur. Hoc exemplum supra proposuimus carmine. Operaberis autē hoc pacto, vt primum saltus inter se conferas, nempe bini saltus canini æquant 3 leporinos, quot leporini respon-

spondent 3 caninis, facit 4 ½ saltus. Vides igitur q̃ ternis saltibus leporem vincat canis semisse vnius saltus leporini. Rursus itaq; sic colloca ⅓ saltus lucrifit à cane 3 saltibus, quot saltibus lucrifiunt 50 saltus: facit 300 saltus.

## Aliud, De Oenopola.

Emit quispiam Oenopola tria vasa Rhenani vini aureis 74, Cõtinent autem hæc 3 vasa amphoras seu cados 18 cum semisse. Amphora vero nunc sit sextariorum seu cantharorum 72.

Quæritur iam, si cupiat singulis amphoris lucrifacere 12 grossos, quo precio singulos cantharos venum exponat: *Primum disce quanti emerit ipse* singulas amphoras, *facit* 4 florenos, his adde 12 grossos, & sic colloca, 72 canthari vendendi sunt grosis 96, quanti vnus cantharus: Veniẽt igitur singulis cantharis singuli grosi cum triente, id est, numuli nostrates 16.

## Exemplum progreſsionis Arithmeticæ.

Sunt in quibuſdam regionibus, vt in Sileſia, Italia, in vſu Horologia, quæ vocant integra, quæ non deſinunt in duodecimam horam, ſed in vltimam integri diei naturalis, id eſt, in horam viceſimam quartam, Quæritur quot ictibus pulſent huiuſmodi horologia totius diei, noctiſq; ſpacio, quod vulgo vocant diem naturalem, Facit ſumma iuxta legem Arithmeticæ progreſsionis continuæ ictus ſeu pulſus 300.

## Aliud Exemplum progreſsionis Geometricæ.

Quidam Princeps venditurus ſuam ditionem, quæ eſt 30 oppidorum, ita paciſcitur cum emptore, vt pro primo oppido numeret tantum vnum nummulum, quales 252 efficiunt aureum, pro ſecundo duos, ꝑ tertio quatuor, atq; ita deinceps duplum proximi pre

cij, Quæritur ſumma precij? Hæc colligetur facillimè iuxta legem progreſſionis Geometricæ ſupra traditam, Facit enim 4260880 aureos 5 groſſos cum 3 nummulis.

## De Vſura.

Quidam neceſsitate compulſus, vt fit, adit fœneratorẽ, & accipit ab eo in vſuram centeſimam perpetui fœnoris 500 aureos. Exacto quadriennio ſeu menſibus 48, metuens, ne ſibi creſcat æs alienum, cupit ſe illo liberare, ac fœneratori reſtituere tam ſortem, q̃ id qꝑ vſuræ nomine exigebatur, Quæritur quantum in ſumma debeat fœneratori? Sunt autem centeſimiæ vſuræ, quæ centeſimo menſe, id eſt, ante exitum noni anni æquant ſortem. Quare ſi uſq; ad exitum centeſimi menſis retinuiſſet 500 illos aureos ſortis, coactus fuiſſet præter ſortem tantundem vſuræ nomine perſoluere, Quæſtio iã eſt quantũ pro 4 annis debeat vltra 500

1. *Centeſimæ vſuræ perpetui fœnoris.*

aureos sortis, Colloca in hũc modum, 100 menses vsuram faciunt 500 aureorum, quantum vsuræ faciunt 48 menses: facit 240 aureos, quos debet supra sortem. Quod si centesimę non ducũtur perpetuo fœnore, sed cum anatocismo anniuersario, hoc est, renouato in singulos annos fœnore, qualis vsura hodie vocatur Iudaica, longè alius est operandi modus, adeoq; duplex.

2.

*Centesimæ usuræ cum anatocismo anniuersario.*

*Prior operatio.*

Prior, vt per singulos annos seorsim fiat calculatio propter anatocismum seu renouationem fœnoris, vt pro primo anno sic colloca, 100 menses dant 500 aureos, quantum 12 menses: facit 60 aureos. Ideo ad exitum primi anni debebat tàm sortis quàm vsurę nomine 560 aureos. Cum aũt 500 aurei fœnerẽtur vno anno 60 aureos, hoc est, 25 aurei fœnerentur 3, eam rationem deinceps per singulos annos compendij gratia obseruabimus. Iam si libet cognoscere quantum debeatur fœneratori ad exitum alterius anni non so-

*Primus annus.*

*Secundus annus.*

luto

luto annuo fœnore, sed retento ac renouato, sic colloca, 25 aurei dant 3, quantum 560: facit 67 $\frac{1}{5}$ aurei. Quare ad finẽ secũdi anni debentur obanatocismum fœneratori præter priores 60 non tantũ 60, sed 67 cum $\frac{1}{5}$ vnius aurei. Ad examinandum tertiũ, adde 67 $\frac{1}{5}$ aurei ad 560 aureos, fiunt 627 $\frac{1}{5}$ aurei, & sic pone, 25 dant 3, quantum 627 $\frac{1}{5}$, facit, 75 $\frac{3}{1}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{5}$ aurei. Ad eundem modum pro quarto anno colloca, 25 dant 3, quantũ 702 $\frac{5}{1}$ $\frac{8}{2}$ $\frac{8}{5}$ facit 48 $\frac{9}{3}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{4}{5}$. Ergo tam sortis q̃ vsuræ singulis annis renouatæ nomine debet ad finẽ quarti anni 786 $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{4}{5}$ aureos. Hæc est vna operandi ratio, Sed altera longè est cõpendiosior, quæ quidẽ hoc pacto absoluitur, Quoniam 500 aurei fœnerãtur primo anno 60, id est, iuxta minores numeros, 25 aurei fœnerantur 3, adde 3 & 25, fiunt 28 aurei sortis & vsuræ, quibus respondent 25 aurei sortis. Proinde ob 4 annos sic pone, $\frac{25}{28}$ $\frac{25}{28}$ $\frac{25}{28}$ $\frac{25}{28}$. Ac multiplica superiores inter se,

*Tertius annus.*

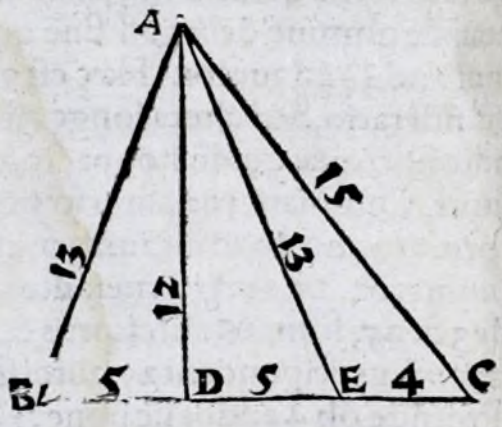
*Quartus annus.*

*Altera operatio.*

se, vnde producentur denuo 390625, Itidem & inferioribus inuicem ductis procreantur 614656. Nunc ita collocа in regula 390625 dant 614656, quantum dant 500? facit vt prius 786 aureos cum $\frac{23}{31}\frac{24}{25}$ vnius aurei.

## EXEMPLVM Geodesiæ.

Cuiusdam agri trianguli, sed non rectanguli, vt ABC tria latera sunt nota, primum enim AB perticarũ 13, alterum BC 14, tertium AC 15, Quæ




ritur area seu spacium huius agri. Est autem planissima & maxime vsitata forma

forma inueſtigationis per cathetum ſeu lineam perpendicularem ad aliquot trianguli latus ex angulo, qui ab eodem ſubtenditur, demiſſam, vt ſi in noſtro triangulo ad latus BC fuerit demiſſa perpendicularis AD ex angulo A, venabimur eius lōgitudinē hoc pacto. Primo vnumquodq; trianguli latus q̄dra, id eſt, in ſe multiplica, eritq; quadratum lateris AB 169, lateris BC 196, lateris porro CA 225. Adiunge iam quadrato BC quadratū AB, prodeunt 365, ex qua ſumma abſce reliqui lateris AC quadratū, nempe 225 fiunt relíqua 140, Horum dimidium videlicet 70 diuide per 14, id eſt, per partes eius lateris, in quod perpendicularis demiſſa fuit, habebis pro quotiente 5, longitudinē ſcilicet BD. Huius quadratum, quod eſt 25, ſi abſtuleris ex quadrato lateris AB, id eſt, 169, remanent 144, quorum radix quadrata, nempe 12 oſtendit longitudinem Catheti AD, Eandem & ſic reperies,

Qua-

Quadrato lateris BC rursum adūce lateris AC quadratū, ac colliges in summa 421. Vnde aufer 169, lateris AB quadratum, relinquuntur 252, quorū dimidium 126 per 14 distributum ostendit in quotiente 9 longitudinem CD, cuius quadratum 81 subductum ex 225, relinquit quadratum perpendicularis AD. Quadrata igitur radix ex 144, nempe 12, vt prius, est ipsa perpēdicularis AD. Vt igitur cognoscas aream agri triangularis, multiplica per dimidium basis inuentam modo perpendicularem, ac producentur *pertiæ* quadratæ 84 quæ sunt vera capacitas seu amplitudo agri. Ad eundem modum reperies aream trianguli ABE perticarum quadratarum 60, Ac trianguli AEC perticarū 24 &c.

FINIS.

Impressum Vitebergæ in Officina hęredum Georgij Rhau.

# ARITHMETICES INTRODVCTIO EX VARIIS AVTHORIBVS CONCINNATA.

Nunc denuo reuisa.

CRACOVIÆ,
Apud Viduam Hieronymi Schar.
Anno ab orbe redempto,
M. D. L. VI.

# H. V. R.

Exactè numerare docet breuis iste libellus:
Hunc igitur fuerit discere cura tibi.
Vis etenim numeris magna est, studiosa iuuentus,
Testis Pythagoras, Cecropiusq; Plato.
Vtilius nihil est, nihil, est hac dignius arte:
Aurea quæ facilem pandit in astra uiam.
Qua sine mensuram mundi comprendere nemo,
In terris certa cognitione potest.
Ingenuas ridens artes mercator auarus,
Negligit hanc minimè, prouenit undè lucrum.
Indoctus uulgo, quisquis non nouit Arithmus,
Creditur: hinc rectè quos didicisse queas.

# DE NVMERORVM Praxi. CAP. I.

NVmerorum praxis nihil aliud est, quàm numeri ad aliquod opus facta per supputationē adcommodatio. Estq; duplex, una quæ scripto: altera quæ fit calculis, illam figuralem, hanc linealem: ambas uno nomine Algorithmum uocant.

Figuralis autem est, cuius numeri notis, & characteribus Arithmeticis representātur: characteres quibus omnis numerus exprimitur, sunt decem distincte & sigillatim positi, ut, 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. Hæc postrema sola, & per se nihil quidem significat: alijs autem adiuncta si fuerit, significatum auctius reddit figuram nihili, circulum, & à saphar sortaßis zyphrā nominant. His decem characteribus Latini numerāt. Hebræi uero & Græci suas ad exprimendum numerum literas adcommodant.

## CAP. II.

NVmerus practicus est triplex: Digitus est, omnis denario inferior, ut 1.2.3.4.5.6.7.8.9. Articulus est omnis in decem partes æquas diuisibilis, ita ut peracta diuisione nihil remaneat, ut 10.20.30.40.50.100.1000. Compositus siue mixtus, est qui digito & articulo constat, ut 11.12.13.14.15.21.22.41.42. &cæt. Et sanè omnis numerus inter duos proximos articulos comprehensus, compositus est.

## CAP. III.

NVmeri practici ſpecies numerantur ſeptem Numeratio, Additio, Subtractio, Multiplicatio Diuiſio, Progreſsio, & Radicum inuentio.

## De Numeratione. CAP. IIII.

NVmeratio eſt cuiuſuis numeri per ſuas figuras depictio. Hæc docet numerum propoſitum ſignare, atq; ſignatum ritè exprimere.

Ad hanc numerorum ſpeciem præcipuè duo neceſſaria ſunt, ordo ſcilicet & locus. Ordo quidē, eo enim retrogrado, id eſt, à dextra ſiniſtram uerſus numerando, ferè in mathematicis utimur. Tradunt autores huius artis Arabes eo modo ſuas, ut Hebræos, depingere literas, unde gentis forſitan autoritate ſumpta, is ordo hactenus obſeruatur. Locus deinde numerationem promouet: quælibet enim figura in primo loco (ordine retrogrado ſeruato) poſita ſemel, hoc eſt, ſimpliciter ſe ſignificat, ut 1. unum in ſecundo decies, ut 10. decem, 30. triginta, 40. quadraginta, 80. octoginta etc. In tertio loco centies, ut 100. centū, 300. trecenta, 400. quadringenta. In quarto deniq; loco millies, ſupra quam punctum, quod millenarium repræſentat, ponimus: ut 1000. mille, 3000. tria millia etc. Proinde hic numerus 1118. ſignificat mille, centum, decem, & octo. Quod ſi plures adſint figuræ, tum quarta ut prima millenaria ponitur. Quinta denaria millenaria. Sexta, centenaria millenaria. Septima, millies millenaria. Octaua, decies millies

millies millenaria. Fit autẽ iſthæc progreßio ſic ut ſequentis ad immediate anteuertentẽ ratio ſit decupla. Vnde Placentinus ſecundum Græcos ita diſponit, nempe q; in prima regione á dextra ſiniſtrã uerſus numerus dicatur Monadicus, in ſecunda Decadicus, in tertia Hecatontadicus, in quarta mille reſideat. In quinta decies mille, ſiue Myrias. In ſexta denæ myriades. In ſeptima centies myriades. In octaua mille myriades. In nona deniq; dena millia myriadum.

Notandum etiam hoc loco ueteres ultra ſextã regionem, hoc eſt, centena millia rariſſime progreſſos eſſe. Xerxis Perſarum regis terreſtrẽ exercitum numero fuiſſe centũ ſeptuaginta myriades, id eſt, decies ſepties centena millia teſtatur Herodotus. Præterea Darius teſte Qu. Curtio, in bellum duxit 1071200. hoc eſt, decies centena millia, ſeptuaginta unum millia, & ducẽtos, uiris, mulieribus, ſpadonibus, & liberis connumeratis. In ſacris numerorũ libris legimus, omnes filios Iſraẽl ad bellum aptos, & uiginti quatuor annos habẽtes, fuiſſe numero 603550. id eſt, ſexingenta tria millia quingenta, quinquaginta: & apud Ciceronem Accuſationum in C. Verrẽ tertio, legitur ſequens is numerus 1545416. hoc eſt, quindecies cẽtena quadraginta quinq; millia, quadringenta & ſedecim. Item 2235416. id eſt, uicies bis centena, triginta quinq; millia &c. Præterea in Macrobio legimus ita, 4800000. id eſt, quadragies octies centena millia. Et 30170000. Hanc ſummã ita uertere licet, trecenties & ſemel centena ſeptua-

ginta millia. Hæc breuiter quidem & concinnè dicuntur omnia: breuius autem nonnulli numerationē instituisse uidentur, ut pro decies sestertium decies centena millia sestertiorum.

Numerationis difficultas in latina pronunciatione sita esse uidetur. Itaq; numeros cautè exprimamus, ne aut cum Albanis inscitiæ, aut cum Coræbo stoliditatis incusent nos, quibus nihil quod non syncerū est, placet. Numeros itaq; ad centena millia referas, hoc est, omnium excedentium prolationē ad centena millia disponat, ut, 1000000. secundum crassam uulgi latinitatem essent mille millia, quæ tamen multò latinius, & tersius dixeris, decies centena millia. Ita quoq; exemplum, de numerosissimo Xerxis exercitu, paulò prius deductum, ex interpretatione Budæi continet decies septies centena millia. Fit autem isthæc numerorum expressio commodissimè per aduerbia.

## De additione.
## CAP. V.

ADditio, est numerorum propositorum in unā summam collectio. Hanc alij compositionem uocant. In additione duo numerorum ordines sunt, primus qui & superior, & numerus cui fit additio, nuncupatur. Alter superiori secundum suas figuras directè subscribitur, & dicitur inferior siue numerus addendus. In ordinibus aūt prima figura dicitur quæ à dextra or-

dextra ordine retrogrado seruato, prima est. Itaq; si duos numerorum limites, in unam summam colligere volueris, primam figuram ordinis inferioris sub primâ superioris directè ponas, secundam sub secunda, tertiam sub tertia, & sic deinceps usq; ad finem. Quo facto, lineam sub numero addendo ducas, sub quam numerus productus ex additione limitum scribatur. Addatur ergo prima inferior primæ superiori: & numerum ex additione factum directè sub lineam ponas. Deinde secundam inferiorem, secundæ superiori similiter adiungas: & productum sub inferiorem lineam ponas. Eodem modo & cum cæteris agas. Et hoc uerum est, si ex additione inferioris ad superiorem producitur numerus unico charactere scribendus: ut,

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 3 | Cui fit additio. |
| 3 | 6 | 2 | Numerus addendus. |
| 9 | 8 | 6 | Productus. |

Si uerò ex additione proueniat numerus duabus figuris scribendus, prima scribatur, altera tenetur mente uel tabula, & proximæ figuræ numeri addendi iungatur, ut,

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 4 | 6 | 8 2 |
| | 3 | 2 | 9 1 |
| 7 | 9 | 7 | 3 |

Numerus addendus pauciores interdum habet figuras, quàm numerus cui fit additio, uocaturq; isthæc additio truncata siue concisa. In hac superiores figuræ quibus

ræ quibus nulla ex inferioribus correſpondet, ſub lineam ponantur: ut,

84231.
652.

84883.

Si in ſuperiore duntaxat zyphra fuerit inferioris figura, ſub lineam ponatur. Sin autem inferior circulus ſit, ſuperioris ordinis character ſubſcribatur. Porrò utraq; zyphram habente, zyphra ſubſcribatur.

508480.
401014.

909494.

In fine character non ſeruatur ſed ſcribi debet, ut

882.
241.

1123.

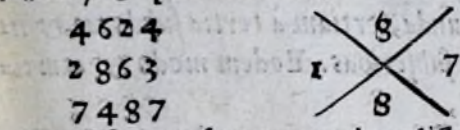
## De experientiis ſiue probationibus.

Probatur autem additio per ſubtractionem & per experientiam nouenariam.

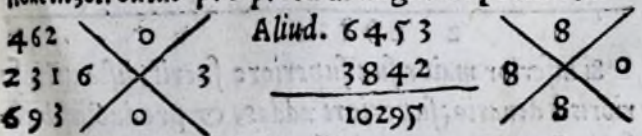
## Compoſitio probæ Nouenariæ.

Principio fiat duarum linearũ interſectio per modum crucis in hunc modum X in huius interſectionis angulos numeri locandi ſunt. Notandum autem in proba nouenaria omnes figuras, quocunq; loco poſitæ ſint, numerum digitum referre. Iam igitur in ſuperiore numero (additio ſic probatur) debent nouẽ, quotiẽs

quoties possunt, abijci, & relictus (si quis est) numerus in angulum crucis obtusum dextram uersus scribi aut sinistram. Simili modo postea cum addendo agendum erit, relictus autem (nouem abiectis) in oppositum alterius numeri angulum ponatur. Hoc facto figuræ utriusq; anguli coniungantur, & quod prouenit in superiorem (nouem abiectis) scribatur angulum. Huic deniq; relictus ex producto in inferiorem crucis angulum positus, æqualis sit: Hæc omnis (superioris uidelicet & inferioris æqualitas) sola experientia est & probatio: ut,




Quod si in proba Nouenaria relictus character sit nouem, circulus pro proba in angulum ponitur, ut




## De Subtractione.
## CAP. VI.

SVbtractio, est numeri à numero ablatio. In subtractione, ut additione, duo numerorum ordines sunt. Superior, qui dicitur numerus à quo debet fieri subtractio. Inferior superiori directè subiectus, qui uocatur numerus subtrahendus. Ex his duobus tertius

elicitur numerus, scilicet relictus, sub lineam, ut in additione, ponendus. Notandum tamen quòd subtrahendus ordini superiori, uel par uel ipso maior esse debet. Maior enim à minore subtrahi potest minimè.

Subtrahere si uelis, numerorum ordines, ut in additione obseruatum est debito modo ponas, ita ut figura prima inferioris stet sub prima superioris, secunda sub secunda, tertia sub tertia &c. Quibus ita dispositis, lineam subijcias, sub quam relictum scribas. Ita q; primam inferiorem à superiore prima subtrahas, & quod remanet, subtus lineam directè ponas. Deinde secundam à secunda, tertiam à tertia subducas, & relictum ut prius subscribas. Eodem modo & cum ceteris agas: ut,

8 6 4 2
6 4 3 1
---
2 2 1 1

Si inferior maior sua superiore fuerit, distantiã inferioris à denario, superiori addas, & productũ sub inferiorẽ ponas. Et quotiens cunq; distantia accipitur sequenti ordini, scz subtrahendo unitas addatur, ut

6 3 2
5 1 6
---
1 1 6

Si figura cui unitas additur, fuerit character 9. distantia nulla erit. Proinde superior inuariata subscribatur, proximæq; sequenti, quasi distantia fuisset accepta, unitas adiungatur, ut,

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 4 | | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 9 | 5 | Aliud. | 9 | 9 | 9 | |
| 7 | 2 | 9 | | 1 | 0 | 0 | 1 |

*Si character ſubtrahendi* cyphra *fuerit, ſuperior ſimpliciter ſubtus lineam ponatur. Quòd ſi ambæ circulares ſint,* cyphra *itidem ſupponatur, ut,*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 4 | | 6 | 0 | 4 |
| 5 | 0 | 3 | Aliud. | 5 | 0 | 3 |
| 1 | 2 | 1 | | 1 | 0 | 1 |

*Si par à pari ſubtrahatur,* cyphra *habeatur pro relicto, in finem tamen* cyphra *nunq̃ ponatur, ut,*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 1 | | 6 | 2 | 4 |
| 4 | 2 | 1 | Aliud. | 5 | 5 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | | | 7 | 2 |

*Aliud.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 0 | 1 | 9 | 3 | |
| 1 | 5 | 9 | 0 | 2 | 8 | 7 | |
| | 4 | 2 | 9 | 9 | 0 | 6 | |

*Eſt & alia uulgatiſſima quidem ſubtrahendi ratio, ubi, ſi ſubtractio fieri nequeat, unitas à ſequente ſuperioris ordinis mutanda erit ſiniſtram uerſus, transfoſa ea figura atq; reliquo ſuprapoſito. Tum ea unitas ponenda eſt ad eum characterem, unde iam nõ poteras inferiorem ſubtrahere, ualebitq; denarium, deinde inferiorem à ſuperiori deme, & reſiduum lineæ ſubſcribas. Quòd ſi uerò proxima, abs qua ſumenda unitas, unitas tantum eſſet ſumenda illa, & eius loco*

imaginari cyphram oportet. Si autem non significatiua, ita dum talem inuenias, & ab illa unitatem auferendo supra omnes figuras nihili pertransitas, nouenariam scribas, præterquã super eum locum, quo eum tibi negotium est: nam iam denarius à proxima ablatus est: ac sic inferiorem tandem superiori adimito, & residuum lineæ subscribas, itidem in cæteris faciundum.

Exempla.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 6 | 8 | | 4 | 0 | 0 | 2 | 4 |
| 2 | 1 | 7 | 6 | | | 4 | 2 | 1 | 6 |
| 1 | 9 | 9 | 2 | | 3 | 5 | 8 | 0 | 8 |

## Do probationibus Subtractionis.

Experientia subtractionis sumitur primo per additionem uelut oppositam speciem, ita ut si subtrahẽdus additus fuerit relicto, numerum superiorem redire necesse est, ut,

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 6 | 4 | 2 |
| 6 | 4 | 3 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 1 |
| 8 | 6 | 4 | 2 |

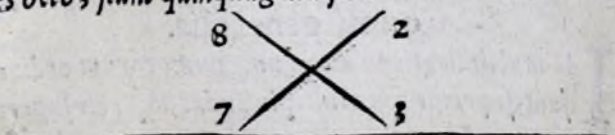
Secundo probatur subtractio per experientiã nouenariam: prima aũt proba sumitur de subtrahendo. Secunda de relicto. Ambæ postea iunguntur, & coniunctum nouenario abiecto, probæ superioris ordinis correspondebit. Probatio igitur cum additione eadem est, nisi quod alia ordinum ratio est, ut

4 0 0 2 4
4 2 1 6
3 5 8 0 8

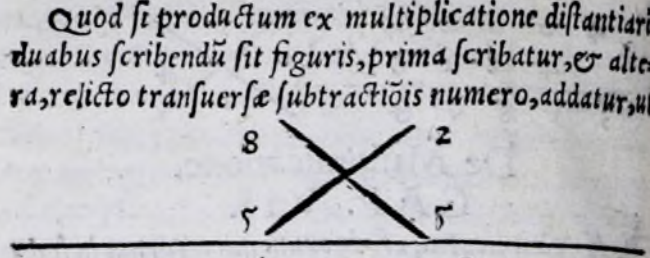



## De Multiplicatione.
## CAP. VII.

MVltiplicatio, est duorum numerorum in se ductus; quo tertius producitur, alterum toties cõtinens, quot unitates in altero sunt: ut 2 per 4 multiplicare, est 8. producere. Itaq; 8. ad 4. ea proportio est, quæ est 4. ad 2. In se ducere, est multiplicare. In multiplicatione prior numerus per aduerbium exprimitur, alter uerò simpliciter. Antequam ad generalem multiplicandi formulam ueniamus, duorum digitorum multiplicationem, ut necessariam tradere lubet. Quam quô facilius, adsequare, hanc memoriæ reconde regulam. Sume duos digitos quorum multiplicationem scire uelis, alterumq; sub altero scribito, deinde cuiusq; differentiam ad denarium dextram uersus, differentijsq; inter se multiplicatis, productũ subter uirgulam ponito, postea differentiam alterius ab altero digito aufer, relictumq; multiplicationi differentiarum postponito, atq; illæ duæ sub uirgula figuræ quæ sitam multiplicationem indicabunt: ut septies octo, fiunt quinquaginta sex.



*Quod si productum ex multiplicatione distantiarū duabus scribendū sit figuris, prima scribatur, & altera, relicto transuersæ subtractiōis numero, addatur, ut*




*Nonnulli digitorum ductum ex mensa, ut uocant Pythagorica petunt: cuius hæc forma est.*

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 16 | 24 | 22 | 40 | 48 | 56 | 64 | 74 | 80 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

*In multiplicatione retrogradus obseruatur ordo, unitas nec multiplicat nec diuidit.*

*In omni multiplicatione prior numerus per aduerbium exprimitur.*

## Canon generalis.

*IN multiplicatione duo quoq; numerorum ordines sunt, superior qui multiplicandus, inferior superiori directè*

ori directè subiectus, qui multiplicans nominatur. Sic q; prima sub prima, secunda subsecūda, & tertia sub tertia, & sic deinceps incipiendo à parte dextra (ordine retrogrado seruato) & eum ponas inferius qui pauciores numero habet figuras, si saltē unus plures quàm alter habeat, & sub ordinibus itaq; ducatur linea, sub quā tertius ex numerorū dictu inuentus scribatur, & incipias operari à parte dextra. Deinde primā inferiorē duc in omnes superiores (ordine retrogrado seruato) & productū ponito directè sub lineā, uel ergo ex prima inferioris in primā superioris ordinis excrescet digitus uel articulus uel numerus cōpositus. Si digitus scribe talē sub primis figuris infra lineā. Si articulus, ibidem scribe zyphram, et digitū articuli memoriæ cōmenda, aut in tabula scribe, nā ipse iungendus est producto ex eadem prima inferioris, in sequentē proximā superioris ordinis. Si uerò numerus compositus in primo loco, inferius scribe digitū partem talis compositi, & cum articulo fac ut iam immediatè dictum est: uel si ex tali ductione nihil prouenerit, inferius ponenda est zyphra. Consimiliter deinde duc primā inferioris in secundam superioris ordinis, & producto si prius reseruasti aliquem digitū memoria aut in tabula, digitum talē coniunge, & tunc tale productū, uel erit digitus, uel articulus, uel numerus compositus. Et iuxta consimilem modum datum facito. Posteà secundum inferiorē eodem ordine & modo in omnes superiores ducas, productū ea lege sub linea ponas, ut locus producti loco

ducti loco characteris multiplicantis respondeat, similiter & in alijs agendum erit, figuræ deinde ex numerorum ductu sub lineã positæ per additionẽ colligendæ sunt in unam summam. Exempla.

```
  8 9 7 6                    7 5 6 8
        8                          2 3
-------------------------------------
7 1 8 0 8            2 2 7 0 4
           1 5 1 3 6
-------------------------------------
           1 7 4 0 6 4
```

Aliud exemplum.

```
          6 5 4 8
              5 4 3
-------------------
        1 9 6 4 4
    2 6 1 9 2
  3 2 7 4 0
-------------------
  3 5 5 5 5 6 4
```

Quãdo character in circularẽ ducitur, unitas quæ mente tenetur, hæc eadem unitas scribi debet, ut,

```
        4 0 8
          6 2
-------------
      8 1 6
  2 4 4 8
-------------
  2 5 2 9 6
```

Circulus autem in circulum uel characterem ductus, se producit, ut,

```
          8 0
          1 0
-------------
          0 0
        8 0
-------------
      8 0 0
```

Chara-

*Character in circulum ductus, circulum procreat, ut,*

8 0
2
1 6 0

*Si qui essent qui plura exempla cuperent, quum hæc species admodum necessaria sit cognitu: eu subijcio, tu uide, ut diligenter te in iisdem exerceas.*

| | |
|---|---|
| 2 | 1134 |
| 3 | 1701 |
| 4 | 2268 |
| 5 | 2835 |
| *Multiplica* 6 *proueniunt* | 3402 |
| 567 *per* 7. | 3969 |
| 8 | 4536 |
| 9 | 5103 |

| | |
|---|---|
| 12 | 8136 |
| 24 | 16272 |
| 36 | 24408 |
| 48 | 32544 |
| *Item* 678 60 *prodibunt* | 40680 |
| *per* 72 | 48816 |
| 84 | 56952 |
| 96 | 65088 |

| | | |
|---|---|---|
| | 123 | 835047 |
| | 234 | 1588626 |
| | 345 | 2342205 |
| Itidem | 456 erunt | 3095784 |
| 6789567 | | 3849363 |
| per | 678 | 4602942 |
| | 789 | 5356521 |

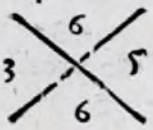
## De probationibus Multiplicationis.

*Experientia multiplicationis sumitur à diuisione et nouenaria. De prima sequenti capite uidebimus.*

*In proba nouenaria ita agendum erit: Prima sumitur de multiplicando, secunda de multiplicante, quæ in angulis in se ductæ, reiecto nouenario, producunt numerũ in superiore angulo locandum, cui proba summæ par esse debebit.*

6 5 4 8
5 4 3

3 5 5 5 5 6 4




*Est & alia quædam multiplicandi ratio, ubi inprimis autem ordo talis seruari debet, ut ultimus superioris nu-*

rioris numeri character ponatur supra primum inferioris. Deinde omnes inferioris numeri characteres ducantur in omnes superioris. Si forte utrinq; plures fuerint, primum quidem ultimus inferioris in omnes superioris, deinde penultimus inferioris rursus in omnes superioris, donec ad finem deuentum est: hoc tamen ordine, ut superne iniecta linea, quod ex ductu ultimi inferioris in ultimum superioris prouenit, ponatur non supra ultimum superioris, sed supra ultimum inferioris: deinde quod ex ductu eiusdem ultimi inferioris in penultimum superioris prouenit, cedit loco uno dextram uersus. Ita in cæteris sequentibus similiter agendum. Deinde penultima inferioris in omnes superioris ducta primum supra se locum sortiatur, rursusq; deinceps uno cedat loco. Quod si omnino duos habeat characteres numerus productus, prior character est supra caput numeri inferioris ponendus, alter anteponendus sinistram uersus. Quotiescunq; uerò o uel ducitur uel producitur, semper adscribendum est. Nam etsi nihil significat, locum tamen occupat. Postremo summa supra lineam producta, addenda est in unum corpus. Nam is est numerus per multiplicationem productus.

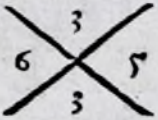
Hæc exemplis clariora erunt.

EXEMPLVM.

```
      2
  1 2 2
  1 1 4
  6 2 0 0
```

```
    3 6 5   Multiplicandus.
  2 4       Multiplicans.
```

```
  8 7 6 0   Summa producta.
```

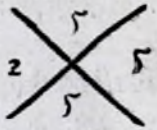



Aliud.

```
      0 0
  8 6 0 0
```

```
    4 3 0
  2 0
```

```
  8 6 0 0
```




*Duplicationem quæ nihil aliud eſt quam per duo multiplicatio, & mediationem, per duo diuiſio, conſultò hic prætereo.*

*Nota, ubi in quacunq; ſpecie fiet incipiendum, hoc diſtichon edocebit.*

*A dextra, adde & ſubtrahe, dupla, multiplicato:*
*A lcua media, diuide, & inde proba.*

Aliud.

Aliud.

*Subtrahe, compone à dextris, mediabis:*
*A leua dupla, diuide multiplica.*

## De Diuisione. CAP. VIII.

*Diuisio, est ex duobus numeris propositis inuẽtio cuiusdam tertij, qui uno proposito toties esse deprehenditur, quot in altero unitates sunt. Estq; diuisio multiplicationi planè contraria, nam quod hæc dispergit, illa colligit.*

*In diuisione duo numerorum ordines sunt, superior & inferior, ille diuidendus, hic diuisor seu diuidens appellatur. Tertius per diuisionem inuentus aduerbij nomine uulgo Quotiens nominatur.*

*In diuisione non linea sed regula concaua seu subcuruata post numerorum ordines dextram uersus pingi solet, in quam Quotiens scribitur.*

*In diuisione incipiendum est sinistro latere: scribe diuidendum, & diuisorem sub ultimam (si fieri potest) eiusdem. Sed quando diuisor duarum fuerit figurarũ, secundam diuisoris sub ultimam diuidendi, & primam sub penultimam, si id fieri queat, scribes: sin minus, secundam inferioris sub penultimam superioris, & primam sub antepenultimam. Deinde quoties ambas diuisoris in suprapositio habere possis uide: quod ad maximum nonies fieri potest, ad minimũ uero semel, idq; penes post uirgulam concauam seu subcuruatam. Postea ambas diuidentis per eundem numerum in Quotientem situm*

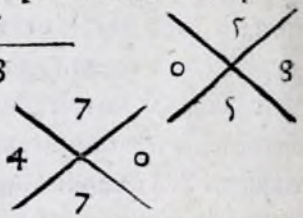
entem sitū multiplica, atq; à suprapositō aufer. Quibus cancellatis, tum moue diuisorem per unam differentiam dextram uersus & eadem uia expendes, dum sub primam diuidendi peruenieris: cum si quid superexit, neutiquam cancellabis, sed posti quotientis numerum frangito lineola interiecta, hoc modo,

$$\frac{1}{2}$$

Verùm in quocunq; loco, ubi diuisorem non poteris habere, in subcuruam uirgulam zyphram, præterquā ubi in ultima, scribes.

Si in medio opere diuisor maior fuerit diuidendo suprapositō, ita ut quotiens in eo haberi nequeat, loco quotientis in uirgulam concauam scribe o. deinde diuisorem per unam differentiā promoue. Exempla.

869 (108
8 8
7 7
67 (409
39




Exempla ubi diuisor est duarum figurarum.

1
4 22
222 (19 —
468 24
24

Hoc est, duodecim uicesimæ quartæ unius integri.

Exempla

*Exempla ubi diuisor est trium figurarum.*

```
23
76
3147 (18237                    3
6789   364                  0      4
364                            3
-----
  10
 122
2010                           0
19332                       3      6
217900                         0
-------
835047   (6789
 123
```

Porrò si essent, qui plura exempla uelint, quũ hæc species non modo omnium sit difficillima, sed & usu latissimè patet, ea quæ in multiplicatione exempla proposuimus, hoc modo retrahant.

```
          1134          2
Diuide    2268   per    4     erunt  567
          4536          8
-----------------------------------------
          8136         12
Diuide   24408   per   36     erunt  678
         46782         69
```

Sic de cæteris, nobis enim satis est uiam utcunque indicasse.

## Probatio.

Et huius speciei experientia est multiplicatio, & nouenaria.

*nouenaria. Probatur primum diuiſio per multiplicationem, ut & multiplicatio per diuiſionem: per multiplicationem, ut ſi quotientem per diuiſorem multiplices in producto cum additione reſidui (ſi quod fuerit) numerum habebis diuidendum. Multiplicationis autem certitudo ex diuiſione eſt. Nam ſumma per multiplicantem diuiſa, multiplicandum in quotiente producit aut eadem per multiplicandum diuiſa multiplicantem pro quotiente ponit, ut,*

```
          2 1
Diuidendus 6 3 4 2   (1 5 1   quotiens.
Diuiſor    4 2
           1 5 1     Multiplicandus.
             4 2     Multiplicans.
-------------------
             3 0 2
           6 0 4
-------------------
           6 3 4 2
               2 1 0
Diuidendus     6 3 4 2
Diuiſor        1 5 1     (4 2   quotiens.
```

*In nouenaria prima proba ſumitur de diuiſore. Secunda de quotiente: hæ ducantur in ſe, & numerus producti nouenario abiecto, relictus cum additione reſidui (ſi quod habeatur) correſpondebit probæ de diuidendo ſumendæ.*

1

0 4 12

2 2 2 (19 — quotiens.

24

Diuidendus 4 6 8

Diuisor 2 4




Proba.

## De Progressione. CAP. IX

PRogressio, est numerorum æqualiter distantium in unam summam collectio.

Continua.

Progressio est duplex. Arithmetica

Interciſa.

Geometrica hæc ſpecies in infinitum extenditur.

Progressio Arithmetica cõtinua siue naturalis est, ubi post primum characterẽ nullus intermittitur, ut, 1. 2. 3. 4. uel, 3. 4. 5. 6. uel, 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. &cæt.

Progressio Arithmetica discontinua siue interciſa, est figuris æqualiter interceptis numerorum ordo, ut, 1357 uel, 2468 1012. &cæt.

### De Progresione Arithmetica regulæ duæ.

## Introductio

1. Si numerorum secundum progressionem Arithmeticam descriptorum series est par, addatur primus ultimo & productum ducatur in medietatem numeri locorum, quodq; inde prouenit: numerorum dispositorum summa est, ut, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. ecce hic 8. figuras, adde primam postremæ erunt 9. huius seriei medietatẽ scilicet 4. in 9. ducito, erunt 36. summa scilicet totius progressionis.

2. Si uerò numerorum dispositorum series est impar, primus, ut antea, iungatur ultimo, & per producti medietatem totus locorum numerus multiplicetur, & in multiplicationis producto quæsitum apparebit, ut, 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. adde primum postremo, erunt, 14. numerus locorum est 11. multiplica igitur 11. per 7. scilicet medietatem producti, prouenient 77. summa quæsita.

Numerus seriei siue locorum est, qui indicat quot in ordine dispositio numeri sint, ut in hoc ordine, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. sunt octo numeri siue numerorum interstitia.

## Canon de Progressione Geometrica.

Progressio Geometrica, est dispositio numerorum aliqua proportione se excedentium, ut Dupla, Tripla, Quadrupla. Omnis progressionis Geometricæ summa facilè cognoscitur, si ultimus per numerum denominationis proportionis multiplicetur, à producto postea prius

*ſtea prius auferatur, & relictus per numerum unitate minorem numero proportiõis diuiditur. In quotiente enim ſummam deprehendes. Exempla.*

Dupla 7

1248.1632.64 | 128

127 (127 2

*Vnitas non diuidit.*

Tripla. 0

13927 | 81 80 (40

Quadrupla 2

0 2

2 8 32 128 | 512510 (170

3

## De probationibus Progreſsionis.

*Progreßionis certitudo deprehenditur ſubtractione & nouenaria.*

*Probatur per ſubtractionem. Nam ſi ſingulos dati exempli numeros à ſumma ſubduxeris, nihilq; remãſerit, bene progreſſus es.*

*In nouenaria accipe probam priorem de omnibus exempli numeris. Et qualibet figura ſigillatim examinata remoue nouem quoties potes. Huic ſummæ ſi proba par fuerit, bene actum eſt.*

## Regula Mercatorum ſeu de tribus.

Vulgus imperitorum hanc regulam De tri uocitat, nos uerò nunc quidem regulam Mercatorũ, nunc uerò de tribus Mercatorum quidem, quoniam hac uel una omnis mercaturæ ratio comprehendatur. De tribus uerò, eô quòd treis habeat numeros notos emptionis, scilicet precij & quæstionis, ex quibus quartus elicitur ignotus, qui sic ordinantur: Emptionis ponitur sinistram uersus, & est diuisor. Quæstionis dextram uersus. Precij inter hos duos, hoc est, in medium collocatur, atq; inter se multiplicantur, productum per rei emptæ numerum diuiditur. Porrò rei emptæ numerus & quæstionis, & re & nomine conuenire debent, ut libra & libra, ulna & ulna. Quartus uerò ex his productus qui (ut dixi) ignotus fuerat, cum precio tum re tum nomine conuenit. Quòd si uerò precij & quæstionis inter se multiplicati (qui ambo tunc sub precij nomine proferuntur) tamen minores essent diuisore, uide qualis sit moneta, si maiuscula: ducito in minorem, ut aureum in singulos & uicinos solidos, solidos in duodenos denariolos, denariolos singulos in binos obulos, & sic tandem diuidito, id quod exempla subiecta indicabunt.

| c | b | a |
|---|---|---|
| Res empta diuidit | Precium inter se multiplicantur. | & Quæstio |

Quinq; oua emuntur quatuor denariolis, quãti 30? faciunt 24. denariolos, seu quod idem est, 2. solidos. Nam duodenarium, solidum uocitant.

5 4 30
4

1 2 6

120 (24 *denariolos sic in duos solidos.*
5

24
12 (2 *solidi.*

## Comprobatio.

*Inuertitur tantummodo regula hoc modo: Oua 30 denariolis 24. quanti 5. oua? Quod si redierit precium prioris exempli, neutiquam aberrasti, ut,*

30 24 5
5

120
30 (4 *denarioli.*

*Item octo casei emuntur aureo: quanti unus? 2. solidis, 7. denariolis & 1. obulo. Porrò diuisor hoc exẽplo maior est quam diuidendus: uide igitur ut aureũ in 21. solidos, deinde solidum in 12. denariolos, postea denariolos in obulos ducas, ita ut sequitur.*

8 1 1
21

5 5
21 (2 *solidi.* 12
8 60.

4 4
60 ( 7 denarioli 2
8 8
8 ( 1 obulus.
8

## Comprobatio per inuersionem.

*Sciendum quando precium est uariarum monetarum, quod semper in eandem reducetur, & id quidem in minorem, ut hic solidos primum in denariolos, postea in obulos, ad hunc modum.*

*Vnus caseus solidi denarioli obulus casei.*

1 2 7 1 *quanti* 8?

*Iam duc 2. solidos in denariolos, & 24. proueniunt denarioli, quibus septem additis, 31. proueniunt, his autem per duo multiplicatis, atq; uno obulo addito, proueniunt 63. obuli, qui numerus multiplicandus est per 8, & prodibunt 504. obuli, qui diuidendus est per 1. Nam unitas neq; multiplicat neq; diuidit. Ergo 8. casei emuntur 504. obulis, qui rediguntur in 252. denariolos, totidem sunt in aureo.*

## Aliud exemplum.

*Item centenarium pondus ( ut Plinij uerbis utar ) butyri 4. aureis, 7. solidis & 8. denariolis : quanti libra? undenis denariolis sic :*

*libræ aurei solidi denarioli libra.*

100 4 7 8 *quanti* 1?

*Item*

*Item* 32. *ulnas panni*, 28. *aureis*, *quanti* 6. *uendam?* 5. *aureis* 5. *solidis* & 3. *denariolis.*

| *ulnæ* | *aureis* | *ulnæ* |
|---|---|---|
| 32 | 28 | 6 |
| | 6 | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | 1 | 6 | 8 | 1 |
| 168 | (5 *aurei* | 8 *aur.* | | | 168 | (5 *solidi.* |
| 32 | 21 *residui.* | | | | 32 | |

8 *resi* = 168
12 *dui solidi* 96 (3 *denarioli.*
96 32

## Aliud exemplum.

*Item libram nucum myristicarum* 2. *aureis*, *quanti binæ unciæ?* 5. *solidis* & 3. *denariolis.* *Porrò libra nostra binas et tricenas semuncias continet* (*quas nostrates Germani Lotas appellitant*) *aut senum denum est unciarum.* *Semunciæ uerò singulæ quaternas*, *drachmas*, *quasi ijdem Quintulas dicunt.* *Ita fit*, *ut libra nostra* 128. *sint drachmæ* & *semunciæ* 32. & *unciæ* 16.

| *unciæ* | *aureis* | *unciæ.* |
|---|---|---|
| 16 | 2 | 2 |

*Item* 10. *libræ sacchari*, *aureo* & 19. *solidis*, *quanti libra?* 4. *solidis.*

| *libræ* | *aur.* | *solid.* | *libra.* |
|---|---|---|---|
| 10 | 1 | 19 | 1? |
| | 21 *soli.* | | |

40 4 0

1 0 ( 4 solidi.

Item libra piperis, 16. solidis, quanti semuncia? 6. denariolis. Porrò libra, ut dictum est, tricenas binas habet semuncias.

| Semunciæ | Solidi | Semuncia. |
|---|---|---|
| 32 | 16 | 1 |
| | 12 | |
| | 32 | 1 |
| | 16 | 192 |
| | 192 | 32 ( 6 dena. |

Item croci libram, 3. aureis 11. solidis, & 8. denariolis, quanti drachma? 7. denariolis, id quod iam admonuimus, libra centenas uicenas octonas drachmas cõtinet sic.

| Drachmæ | aurei | solidi | denar. | drach. |
|---|---|---|---|---|
| 128 | 3 | 11 | 8 | 1 |
| | 21 | | | |

63 quibus addito 11. solidos, proueniunt 74. hos autem per 12, multiplica & proueniunt 888. atq; 8. additis, prodibunt 896. qui diuidendus est, 15.

896

128 ( 7. denarioli.

Hæc de integris nunc quoq; ad minutias (sic enim partes integrorum nocitamus) calamum conuertã.

DE MI-

# DE MINVTIIS.

Minutiæ superior numerus numerator, inferior denominator dicitur. Numerator minor esse debet denominatore, & prior profertur, sciendũ quoq; denominatorẽ tot indicare unitates, in quot integrũ sit diuisum, numeratorẽ quasdam ex ijsdẽ numerare. Sunt uerò minutiæ duplices. Quædã enim simplices, ut 1, id est, una tertia. Quædã uerò cõpositæ, ut pote 3. quæ ex alijs constat, & minutiæ minutiarũ dicuntur, ut, $\frac{2}{3}$ — hoc est, duæ tertiæ ex 3. quartis. Sunt $\frac{3}{4}$ aũt tales minutiæ in simplices reducendæ, id quod hoc modo fit. Si numeratores & itẽ denominatores in se multiplicaueris, ut $\frac{2}{3}$ ex $\frac{3}{4}$ erunt $\frac{6}{12}$ seu $\frac{1}{2}$

## Diminutio Minutiarum.

Minutias imminuere si uelis, quære numerum, per quem & numerator & denominator diuidi queant, quorum communiores hi sunt. Ex paribus 2. Ex imparibus 3. 5. 7. 9. 11. per hos enim fermè omnes minutiæ diminuuntur, ut $\frac{84.}{294.}$ possunt diuidi per 2. ut $\frac{42}{147}$ — iam porrò per 3. & erunt $\frac{24.}{49.}$

2
iam quoq; per ſeptem fiant — Quæ tamen ſunt eiuſ-
7
dem proportionis cum prima fractione, nam ut ſe 2. habent ad 7. ſic eodem modo 84. ad 294.

## Poteſtas Minutiarum.

Quid fractio aliqua in ſe contineat, ſic poteris experiri. Primum reſolue numeratorẽ in ſuum integrum,
3
deinde diuide per denominatorẽ, ut — aurei, porrò au-
4
reus ualet 252. denariolos, quos multiplica per 3. erunt 756. quæ poſtea diuide per 4. futuri 189.
3 1 2 3
denarioli, totq; ualent — aur. inter — 3 — q̃ item ex —
4 2 3 4
quot in ſe denariolos habent? 63. Porrò primum in
6 1
ſimplices reducito, erunt — ſeu — deinde operare,
24 4
ut in priore, prodibunt 63. denarioli.

## Regula de ttibus in Minutiis.

Hic eædem conditiones, quæ in integris ſeruentur. Nam precij et quæſtionis (ut iſthic) inter ſe multiplicantur, productus numerus per emptiõis diuiditur, tamen propter rudiores huius artis inuenta eſt reductio quædam, ut quoq; fracta exempla per integra liceat computare, ita ut ſemper ijdem precij prodeat, ſiue

per minuti-

per minutias, siue per integra computatis. In quo hæc sunt consideranda. Primum. Si minutia solitaria aliquo in loco ponitur, nihil permutandum. Deinde si integer numerus sit sine minutijs, supponendam unitatem. Postea si integer cum minutijs, ducendum denominatorem in integrum, & addendum numeratorem, atq; iterum subscribendum denominatorē. Hoc quoq; non prætercundum, quando loco aliquo duæ, tresue, quatuorue sint minutiæ, primum ad se esse addendas, postea procedendum modo iam dicto. Nunc si uelis confractum aliquod hoc modo exemplum in integrum reducere, sic feceris, precij & quæstionis denominatores inter se multiplica, cum producto deinde numeratorem rei emptæ itidem augeto, & habebis integrum rei emptæ numerum, cum denominatore uerò emptionis numeratorem quæstionis multiplicato, & prodibit integer numerus eiusdem. In precij locum, precij numeratorem ponito: ut,

1 2 3
Vlnæ — emitur — aurei, quanti — 4. aureis.
8 3 4

In integro sic erit.

12 2 24

48
12 ( 4. aurei.

5 5 3
Item 3 — ulnas aureis 8 — quanti 28 — ulnæ? facia-
4 8 4

1
Sint 66 — aureos.
8

| 3 | 5 | 1 |
|---|---|---|
| 3 — | 8 — | 28 — |
| 4 | 8 | 4 |

## In integro sic.

480 69 460

Aureus hic 24. alb. rota. in se contineat, & in ex-
xemplis subsequentibus.

3 1
Item 60 libras 30 — aureis, quanti libra & — —
8 4
1
15. albis 2. mauri & — unius mauri.
4

| 60 | 243 | 5 |
|---|---|---|
| 1 | 8 | 4 |

## Integrum sic.

1920 243 5
1 3 1
Item 15 — ulnas, aur. 24 — quãti 12 — ulnæ? 20 au-
4 8 3
reis, & 4. denariolis ac 61.

| 1 | 3 | 1 |
|---|---|---|
| 15 — | 24 — | 12 — |
| 4 | 4 | 3 |

61 99 37

4 4 3

Integrum ad hunc modum.

732 99 148

Quidam emit 6. ulnas, 7 — aureis, id est, didra-
4
chmo (seu quod idem est) duobus denarijs Romanis
6
quanti ulna? aureo, & — aut aureo & 5. alb. pro
14
didrachmo — ponito: ut,
4

6 1 1

1 74 1

Integrum.

24 29 1

Sed quando quidem iam aliquoties mentionem minutiarum aurei fecimus, quas ferè nostrates Germani usitatiores habent, subscribere placuit, illi enim quoties in regulam mercatorum scribere uolunt.

Pul' orthá — 1/8 denarium seu drachmam.

Orth. — 1/4 didrachmum.

3
Pułtorá orthá. — tridrachmum.
8

1
Puł złotego ſcribũt — Latine dimidiũ aurcum dicerẽ.
2

5
Pułtrzecyá orthá. — quinq; denarios.
8

3
Trzy orthy. — tria didrachma.
4

7
Pułczwártá orthá — ſeptem denarios.
8

3 3
Item 18. ulnas & — aurcis 8. & quanti 6
4 4

1
ulnas & ł — ſaciunt 2. aureos, 22. alb. ut,
4

78 35 25.
4 4 4

Sub íntegro ſic.

1200 35 100
11
3500 ( 2. aurei. 1100.
1200 24.

2.

| | |
|---|---|
| 2 | 26400 |
| 26400 | (32. alb. rota. |
| 12200 | |

Integra rursus exempla sequuntur.

Quidam 60. pullos gallinaceos emit, quorum dimidium singulos duodenis denariolis, ac cæteros singulos denis, dic summam, 2. aureos & 7. alb. rota.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 12 | 30 |
| 1 | 10 | 10 |
| 2 | 22 | 40 |

Item tria centenaria, 48. miliaria, 2. aureis ungaricis uehuntur, quot nam dabo aureos de 11. centenarijs 120. milliaria uectis? 8. aureos ungaricos & $\frac{1}{3}$ inter priores & posteriores numeros in se multiplica: ut,

| | |
|---|---|
| 3. Centenaria | 11. Centenaria. |
| 48. milliaria | 2. aureis 120. miliaria. |
| 144. | 1320. |

FINIS.

# ARITHMETICES BREVIS INTRODUCTIO, Per Adamum Lonicerum.

D. Augustinus.

*Nemo ad diuinarum humanarumq; rerum cognitionem accedat, nisi prius annumerandi artem addiscat.*

Cum Gratia & Priuilegio.



FRANCOFORTI, Apud Christianum Egenolphum.

# HONESTO ET LIBERALI ADOLESCENTI, VALENTINO OSTERROD CLARISSIMI DOCTORIS MEDICI, GUILIELMI OSTERRODI FILIO, σὺν πράτῃ ἐν.

PArentis tui eximia uirtus, & candor, morumq; tuorum comitas, mi Valentine, faciunt, ut sæpius tui sim memor, deq; tuo in literarum studijs progressu, fœliciter cœpto, quando à patre tuo, uiro clarissimo, mihi commendatus fuisti, cogitem. Ac certè requirebat fides mea, ut aliquoties, scriptis aut literis meis, ad studia te incitarem. Sed quò minus factum sit, alterum est eorum, qui uos adeunt, inopia: alterum, quòd non dubitem, fideles tibi, à patre tuo, cui singularis erga te est cura, studij duces ac præformatores esse præfectos. Nouit enim quantum in præceptorum sit fide, diligentia & moribus situm: quorum imperitia aut negligentia, multa præclara alioqui ingenia perdi & corrumpi nemo sanæ mentis ignorat. In quorum electione cùm Lynceos & Argos parentes esse deceret, talpa plerunq; sunt cæciores. Tu igitur, mi Valentine, hoc ad studia tua adijce munusculum, & hæc arithmetices elementa, iam ante etiam à me, tibi alijsq; tuis commilitonibus, cùm in Fridbergensi apud me ageres pædagogio, præscripta, tuiq; in gratiam asseruata, utilia licet, non tamen inutilia, pro meo

erga te amore & beneuolentia, fac boni consulas.

Quòd si grata hæc mea qualiacunq; tibi esse sen sero, abundè me noti compotem factum iudicabo. Parentem habes, uirum clarissimum, nulli hodie medicorum facilè secundum, huic aliquando per effulgere entere. Quo nihil ipsi exoptatius, nihil etiam honestius, tibiq; utilius facere poteris. Vale, Marpurgi. Cal. Decemb. Anno à uirgineo partu. 1550.

## AD VALENTINVM Osterrod.

Care Valentine, hoc munus xenioq; benignus
Accipe, non sunt bis iam meliora mihi.
Has tibi primitias nostri modò sume laboris,
Atq; mei firmum pignus amoris habe.
Hæc si grata tibi fuerint, meliora dabuntur
Posthac, si uitam fata benigna sinant.

## AD LECTOREM.

Si quisquam nostrum uolet hoc contemnere scriptū,
Ille Valentino, non sibi scripta sciat.
Non ego quod laudis sperem quidquámue lucelli,
Paucula post multos hæc elementa dedi.
Per sed ut hæc studijs possem prodesse aliquorum,
Hæc mea pauca quibus per fore grata scio.
Ergo meus cuicunq; satis non iste libellus
Arridet, uerbis ne lacerare uelit.

Proœmium.

# ARITHMETICA.

## PROOEMIVM.

Præsentem introductionem in quatuor partes diuisimus.

In prima traduntur simplices Arithmetices species unà cum Progressione.

In secunda de uulgaribus regulis, in quibus simplicium specierum usus patet.

In tertia de fractionibus, ubi prima, quæ de fractionum ualore traduntur, statim post simplices species præscribi poterunt. Reliqua uerò, quæ de fractionum speciebus dicuntur, uidetur consultius esse ut post ipsas uulgares regulas primùm discantur, Cùm nulla alioqui earum posßit esse utilitas.

Quarto loco libuit Radicum extractionem, uelut aliquid maius, uel pleniore exercitio indigens, adijcere. Postremò etiam quædã de uini emptione, & ambitu terræ inueniendo, sunt annexa. Sunt autem capita singula, quæ hoc libello continentur:

1. Numeratio.
2. Additio.
3. Subtractio.
4. Multiplicatio.
5. Diuisio.
6. Progressio.
7. Regula mercatorum, seu de tri.
8. Eadem regula inuersa.
9. Regula plurium numerorum.
10. Regula consortij seu societatum.

11. De intercapedine temporis diuersa in consortio.
12. De fractionibus.
13. Radicum extractio.
14. De emptione uini.
15. De ambitu terræ inueniendo.

## QVID ARITHMETICA?

*Est numerandi scientia.*

*Dicta ab* ἀριθμεῖν, *id est, à numerando.*

### Quid numerus?

*Est multitudo collecta ex unitatibus.*

### Quotuplex numerus?

*Triplex. Aut enim est Digitus, aut Articulus, aut Compositus.*

### Quid Digitus?

*Qui minor est denario, ut sunt:* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

### Quid Articulus?

*Qui in decem æquales partes diuidi potest. In summa, quicũq; numerus Ziphram, quam uocant, nihili, habuerit annexam, ut,* 10. 20. 300. 1000. 1550.

### Quid Compositus?

*Qui ex Articulo & Digito constat.* Vt, 11. 12. 13. 14. 15. 18. 1549.

### Est ne alia numerorum diuisio?

*Alius est Par, alius est Impar.*

### Qui dicitur par?

*Qui æquales partes citra aliquod residuum in se continet, ut,* 2. 6. 8.

Qui

Qui Impar? *Qui non exactè in partes æquales diuidi potest. Vt, 3. 9. 5. 7.*

Quot sunt Characteres quibus omnes numeri designantur?

Decem, 1 *unum.* 2, *duo.* 3, *tria.* 4, *quatuor.* 5, *quinq;.* 6, *sex.* 7, *septem.* 8, *octo.* 9, *nouem.* & 0. *Ziphra nihili, quæ decuplum ualorem, reliquis numeris addita designat. Dicitur aliâs consignificatiua, quòd reliquis numeris consignificet, & nullum, sola posita, ualorem habeat. Ziphra uerò ab Ebraico Sophar, id est, numerauit.*

Est ne unitas numerus?

Non, *sed principium tantùm numeri. Non est enim multitudo, nec multa significat, ut definitio numeri habet.*

Quot sunt præcipuæ, seu simplices species Arithmetices?

Quinq;. Numeratio, Additio, Subtractio, Multiplicatio, & Diuisio *Quibus non nulli annumerant Mediationē, & Duplationem, quarū hæc Multiplicationis, illa uerò Diuisionis est species.*

Qui primi traduntur inuentores Arithmetices?

*Arabes, quorum etiam more, à dextris sinistram uersus, pleræq; species suam operationem habent.*

## NVMERATIO.

Quid numeratio?

Est expressio cuiuscunq; numeri.

## Quid numerare?

*Est ualorem cuiscunq; numeri exprimere.*

## Quid docet Numeratio?

*Docet numerum propositum signare, & signatum rectè exprimere.*

## Quot requiruntur ad numerationem?

*Duo. Ordo & Locus.*

## Quare requiritur ordo?

*Vt scias unde initium sumat. Procedit enim à dextris sinistram uersus.*

## Quare locus requiritur?

*Quia locus numerationem promouet.*

### VERSVS.

*Addas, subducas à dextis multiplices q;.*
*Diuidit ac mediat deinde sinistra manus.*

## Quid quisq; numerorum suo loco designat?

Primus *seipsum, hoc est natiuum suum ualorem retinet, numerus primo loco positus.*

Secundus *locus designat decem, hoc est decies tantum, quantum ipse numerus secundo loco positus significat. Vt si 2. fuerint, designant uiginti, si tria, triginta, si 4. quadraginta.*

Tertius *locus designat centum, pro numeri ratione, ut si duo adfuerint, designant ducenta, si tria, trecenta.*

Quartus *locus designat mille: Vt si duo fuerint, designant duo millia, Si tria, tria millia.*

Atq;

Atq; supra hunc locum punctus est collocandus, qui mille indicat, à quo rursus per decem, sicut ab initio, est progrediendum.

Quintus locus designat decem millia, ut si duo quarto loco fuerint posita, sunt uiginti millia, si tria, sunt triginta millia, & in pronunciatione cum quarto coniungitur.

Sextus designat centena millia. Et huic loco similiter punctus inscribitur, ac per decem rursus fit progressio. Obseruandum hic, quòd numeri à sexto loco omnes aduerbialiter sunt efferendi. Si igitur fuerit unitas sexto loco, dicis: semel centena millia. si duo, dicis: bis centena millia. & sic deinceps.

Septimus designat decies centena millia, si duo adfuerint dicendum est uicies centena, si tria, tricies, & sic deinceps, quadragies, quinquagies, sexagies.

Octauus Centies centena millia, & sic deinceps, Centies, trecenties, quadringenties.

Nonus millies millena millia. & huic loco sicut & sexto punctus inscribitur.

Decimus locus decies millies centena millia. Si ulterius uoles progredi, poteris eadem ratione qua in his uidisti factum.

| Sinistra. | 8 | 2 | 5 | 6 | 3. | Dextra. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Locus quintus. | Locus quartus. | Locus tertius. | Locus secũdus. | Locus primus. | |

## Exempla.

23. Id est, uiginti tria.

345. Id est, trecenta quadraginta quinq;.

4/567. Id est, Quatuor millia, quingenta, sexaginta septem.

75/643. Id est, septuaginta quinq; millia, sexcenta, quadraginta tria.

6/24/781. Sexies centena millia, uiginti quatuor millia, septingenta, octuaginta unum.

24/83/634. Vicies quatercētena millia, octuaginta tria millia, sexcenta triginta quatuor.

935/73/426. Id est, Noningenties tricies quinquies centena millia, septuaginta tria millia, quadringenta, uiginti sex.

2/786/59/314. Id est, bis millies centena millia, septingenties octuagies sexies centena millia, quinquaginta nouem millia, trecenta quatuordecim.

75/436/28/194. Id est, Septuagies quinquies millies centena millia, quadringenties tricies sexies centena millia, uiginti octo milla, centum, nonaginta quatuor.

Atq; sic habes exempla decem numerorum ordinum.

## Ad quid inseruiunt puncta numeris inscripta?

Ad pronunciationem. Numeri enim in pronunciatione à puncto ad punctum usq; sunt coniungendi, atq; punctus semper se ipsum significat, proximus à puncto numerus semper decem. Haben

Habent alij *rationem punctandi quarto quoq; loco, Sed nos hanc, ut latiniorem, & ab eruditis magis receptam sequi maluimus. Præterea & hoc uidetur notandum, apud antiquos nullum fuisse numerum ultra centena millia, teste Plinio. Qua ratione & Macrob. lib. 1. De somnio Scipionis usum constat. De his in latinis suis Gram. Philip. Melan.*

## DE ADDITIONE.

ADditio est plurium numerorum in unam summam collectio. *Sumit q; initium à dextris.*

### Quo nomine appellantur singuli numerorum ordines in additione?

*Numeri qui debent colligi siue addi, uocantur addendi, quod uerò ex additione prouenit, dicitur Productum.*

### Quo pacto collocandi sunt numeri in additione?

*Ita, ut à latere dextro facto initio, ponantur primi sub primis, secundi sub secundis &c. Quo facto linea subducenda, ac inferior superiori addendus, productum lineæ subscribendum, ut:*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 2 | 4 | Addendi. |
| 3 | 0 | 6 | 3 | |
| 8 | 3 | 8 | 7 | Productum. |

Quia

## Quid faciendum, si ex additione proueniat numerus duabus figuris scribendus?

Prima, hoc est, Digitus, scribatur, altera retineatur mente, & sequenti mox iungatur. Vt

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 6 | 8 | 3 |

Hic primo loco occurrunt 6. & 7, quæ faciunt 13, scribo igitur 3. & unitatem sequenti numero iungo, ut 2 & 5 faciunt 7, cum unitate fiunt 8. sic de reliquis.

### Probatio.

Probatur additio per sequentem speciem, subtractionem, item per nouenarij abiectionem.

Per nouenarij abiectionem hoc pacto: Nouem quoties potero, abijcio ab addendis numeris, residuum, si quid fuerit, seruo. Similiter 9. abijcio à producto. Si residua fuerint æqualia, bona fuit operatio.

Per subtractionem hoc modo: alterum addendorum à producto subtraho, si quod ex subtractione proucnit, alteri addendorum æquale fuerit, bona fuit operatio.

## DE SVBTRACTIONE.

Subtractio est numeri minoris à maiore subductio. Sunt autem numeri hoc modo col-

do colloeandi: Minor maiori, facto initio à dextris, sicut in additiõe, directè est subscribendus, hinc linea subducenda. Ac primus ordo numerorum, seu superior, à quo fit subtractio, dicitur integer. Inferior qui à superiore subtrahitur, dicitur subtrahendus, qui uerò ex subtractione prouenit, dicitur residuum, ut.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 6 | 4 | Integer. |
| 3 | 5 | 0 | Subtrahendus. |
| 5 | 1 | 4 | Residuum. |

## Quid si maior in Subtractione numerus à minore sit subtrahendus?

Vnitas à proximo sequente numero est mutuo sumenda, eaq; designabit decem, ac locus ille unde unitas sumitur, puncto signabitur, ut unitatis ablatio indicetur, ut:

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 3 | 2 |
| 5 | 1 | 6 |
| 1 | 1 | 6 |

Hic quia sex à duobus subtrahere nequeo, unitatem à sequentibus tribus sumo, ac dico: sex à duodecim, restant 6. hinc dico: unum à 2, (quia unitas iam antea ablata est) manet unum. & sic pergo.

## Quid si numerus, à quo unitas sumenda, sit unitas?

Loco unitatis deinde imaginor Ziphram nihili, eiq; à sequente numero unitatem addo, ut designet decem, hoc modo:

6 1 5
3 2 6
---
2 8 9

Hic quia 6. à 5. non possum, sumpta sequente nõ nitate dico: sex à 15. manent 9. Hinc, quia unitas ablata est, dico: 2. à 10 (unitate à sequentibus sex, ad Ziphram nihili, quam loco unitatis imagnor, sumpta) restant 8. hinc 3. à 5. manent 2.

## Quid si à Ziphra nihili, unitas sit sumenda?

Eamipsam à proximo post Ziphram numero accipio, ac loco Ziphræ imagnor noucm, à quibus infrà scriptum numerum subtraho, ut:

8 0 3
6 5 4
---
1 4 9

In præsente exemplo, dico principiò. 4. à 13, (sumpta unitate ad 3. à sequentibus 8. post Ziphrã) manent 9. Hinc dico, 5. à 9. loco Ziphræ, manent 4. Postremò 6. à 7. (quia unitas ab 8. ad primum abijt numerum) manet unitas. Sic.

3 2 0 0 1
1 5 1 2 7
---
1 6 8 7 4

Dico. 7 ab 11. (sumpta unitate à 2. post Ziphrã) manent 4. hinc 2. à 9. manent 7. & rursus 1. à 9. manent 8. & sic deinceps 5 ab 11. (quia unitas à 2. iam

iam antea est ablata) manent 6. postremo 1. à 2. manet unitas.

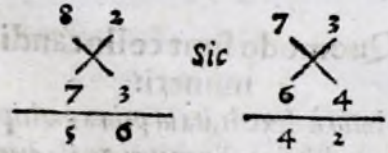
## Probatio.

Adde numerum subtrahendum cum residuo. Si redeat numerus integer, bona fuit operatio.

# DE MVLTIPLICATIONE.

MVltiplicatio est numeri in numerorum ducti augmentatio, atq; hæc uelut fundamentum omnium specierum.

Principiò autem opus est nosse multiplicationē digitorum, Ea est eiusmodi: Quære principiò distantiam digitorum ad decem, hanc distantiam multiplica, productum subscribe. Hinc alteram distantiam crucis forma ab altero digitorum subtrahe. ut: Scire uolo quantum sint octies septem, pone hoc modo, atq; dicta uia inquire:




Traditur uulgo tabula multiplicationis digitorum, mensa dicta Pythagoræ, cuius hæc est compositio: Ordine nouem digitos in longum & latum colloca, hinc à singulis digitis, per proportionem eiusdem digiti, à quo incipis, progredere, ut à 2 progredere proportione dupla, 4.6.8. &c Sic à 3. tripla. Vt 6.9.12. &c, à 4. quadrupla, ut 4.8.12. Sic de reliquis.

Mensæ

ADAMI LONICERI

# MENSA PYTHAGORAE, seu tabula Multiplicationis.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 65 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

## DE COMPOSITORVM MVLtiplicatione.

### Quomodo sunt collocandi numeri?

*Facto intio à dextris, ita ut prima multiplicatoris sub prima multiplicandi ponatur, & sic deinceps.*

### Quo nomine appellantur numeri?

*Primus, qui multiplicari debet, dicitur Multiplicandus. alter uerò per quem fit Multiplicatio, dicitur Multiplicator. quod ex multiplicatione prouenit, dicitur Productum.*

Quæ

## Quæ est Multiplicatio compositorum?

*Si unicus fuerit Multiplicator, eum per omnes superiores duces: productum subscribes lineæ, sicut in additione factum.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 6 | 4 | 5 | Multiplicandus. |
| | | | 3 | Multiplicator. |
| 1 | 9 | 3 | 5 | Productum. |

*Si duo uel tres Multiplicatores fuerint, principiò eum qui primo loco fuerit positus, per omnes superiores duces, productum lineæ subscribes: quo facto eundem transuersa delebis linea: Hinc eodem modo ages cum secundo multiplicatore, & productum à secundo incipies loco scribere, atq; eo deleto, similiter cum tertio ages, eiusq; productum à tertio loco incipies scribere. Postremò totum illud productum per additionem in unam summam colliges.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 5 | 4 | 7 | Multiplicandus. |
| | | | 3 | 6 | 4 | Multiplicator. |
| | | 6 | 1 | 8 | 8 | |
| | 9 | 2 | 8 | 2 | | Addendi. |
| 4 | 6 | 4 | 1 | | | |
| 5 | 6 | 3 | 1 | 0 | 8 | Summa. |

## Quæ est multiplicatio articulorum?

Digitos solos inter se multiplico, hinc Ziphras, quotquot adfuerint in fine producto, addo, ut.

```
2 6 / 0 0 0
      2 / 0 0
-----------
5 2 0 0 0 0 0
```

In hoc exemplo, duo, quæ sunt in multiplicatore, in superiores numeros, uidelicet 26. duco. hinc Ziphras tam multiplicatoris quàm numeri multiplicandi producto addo.

## Probatio.

Probatio fit per sequentem speciem, uidelicet Diuisionem, hoc modo: Diuide productum per multiplicatorem. Si redeat numerus multiplicandus, bona fuit operatio.

```
2 4 6
    2
-------
4 9 2
2      (246
```

Probatio per Diuisionem.

## DE DVPLATIONE.

Duplatio est numeri per 2. multiplicatio, nullam igitur peculiarem speciem constituit.

## DE DIVISIONE.

Diuisio est numeri uel per æqualem uel per minorem partitio.

Sumit

*Sumit autem hæc initium à sinistris, ac numerus qui diuiditur dicitur Diuidendus, is qui diuidit, dicitur Diuisor. Tertius qui ex Diuisione prouenit, dicitur Quotiens, quia indicat quoties Diuisor in diuidendo contineatur numero, & scribitur uersus dextram post linearem uirgulam, hoc modo:*

8 6 4 Diuidendus.
4 Diuisor.
( Quotiens.

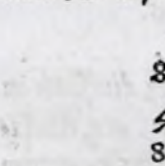
OPERATIO.

*Principiò uidendum quoties prima diuisoris in suprà scripto sibi numero contineatur, atq; illud ipsum ad Quotientem est scribendum, hinc numerum ad Quotientem positum cum Diuisore multiplico, productum à suprà scripto subtraho: ut 864 per 4. diuisa, dico: 4. in 8. habeo bis, duo igitur ad Quotientem scribo, & cum Diuisore multiplico, productum à suprà scripto subtraho, & manet nihil, hoc modo:*

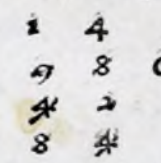
8 6 4
4 (2
8

*Delco igitur Diuisorem, & ad secundum seu proximum locum transfero, eodem agens modo. idq; donec ad finem fuerit uentum: ut, 4. in 6. habeo semel, unitatē ad Quotientem colloco, & cum Diuisore multiplico, & manent 4: quæ à 6. subtraho, remanent 2. quæ supra scribo.*

Promoto diuisore, dico: 4. in 24. habeo sexies: quæ ad Quotienem repono, & cum diuisore multiplico, fiunt 24. quæ à suprascriptis subtraho, nihil remanet, & absolutum est exemplum, hoc modo:

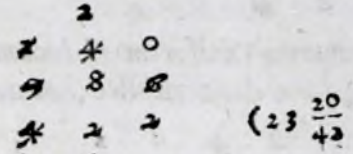


Eadem ratione est agendum, si duo uel tres fuerint diuisores, ut. 986. per 42. dico: 4. in 9. habeo bis, ea ad quotientem signo, ac cum toto Diuisore multiplico, ut, bis 42. sunt 48. quibus à 98 subtractis, remanent 14. quæ supràscribo, hoc modo:



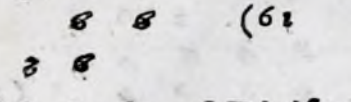
Iam diuisorem ad locum secundum promoueo, dicens: 4. in 14. habeo ter, hæc similiter ad Quotientem colloco, & cum Diuisore multiplico, fiunt 126. quibus subtractis à supràscripto numero, uidelicet 146. manent in residuo 20. quæ, quia Diuisor ad ultimum locum uenit, ad Quotientem, subscripto

ſcripto Diuiſore, & interiecta lineola, fractionum more, ſcribo. de cuius ualore in fractionibus, hoc modo:



## Quid faciendum, ſi Diuiſor primo ſtatim loco haberi nequeat?

Ad ſequentem eſt collocandus, & dicto modo agendum, ut: 366. per 6. diuiſa, quia 6. in 3. haberi nequeo, dico: 6. in 36. habeo ſexies, hoc modo:



## Quid faciendum ſi Diuiſor poſt factum initium operationis in ſupra ſcripto numero haberi nequeat?

Ziphra ad quoticntem eſt reponenda, & promouendus Diuiſor ad locum proximum ſequentem. Vt diuiſurus 8462. per 42 facto initio, ſicut antea oſtenſum eſt, dico: 4. in 8. habeo bis, quæ ad Quotientem pono, & cum Diuiſore multiplico, fiunt 84. quibus ſubtractis ab 84. nihil reſtat.

8 4 6 2
4 2 (2
8 4

Iam promoueo Diuisorem ad locum secundum, collocans 4. sub 4 duo uerò sub 6. hoc modo:

8 4 6 2
4 2 2 (20
4

Sed quia 42. in 6. habere non possum, Ziphrã 0. ad Quotientem pono, & rursus promoueo Diuisorem. promoto rursus Diuisore, dico: 4. in 6. habeo semel, sed quia unitas neq; multiplicat, neq; diuidit, Diuisorem à suprascripto subtraho, manent 20. in resto duo, hoc modo:

2 0
8 4 6 2
4 2 2 2 (201 $\frac{20}{42}$
4 4

## Quid faciendum, si ex Multiplicatione Quotientis cum Diuisore, maior exurgat numerus quàm ut à suprascripto possit subtrahi.

Deleto digito in Quotiente posito, minor est scribendus, idq; tantisper dum inueniatur aliquis qui cum Diuisore multiplicatus, suprà posito numero uel minor uel par sit. Vt 8796. per 28. dico: duo in 8. habeo

8. habeo 4, quæ ad Quotientem colloco, & cũ Diuisore multiplico, fiunt 112. quæ quia maiora sunt quàm ut possint ab 87. subtrahi, deletis 4. in Quotiente, repono tria, hoc modo:

```
  8  7  9  6
     2  8          (43
  1  1  2
```

Iam multiplico tria cum 28. proueniunt 84. quæ ab 87. subtraho, manent 3. Hinc promoto Diuisore ad secundum locum, secundum præscriptum modum pergo, & prouenit in Quotiente 314 $\frac{4}{28}$, uel $\frac{1}{7}$. hoc modo:

```
        1
     3  1  4
  8  7  9  6        (314 4/28
  2  8  8  8
     1  1
```

## Probatio.

Probatur Diuisio per Multiplicationem, hoc modo: Quotientem per Diuisorem multiplica, si productum cum numero diuidendo idem fuerit, bona fuit operatio. Sin fractio Quotienti adhæserit, superiorem fractionis partem primo statim in multiplicatione numero addes, ut in exemplo proximo: Quotientem per Diuisorem, uidelicet 28. multiplica, dices: Octies 4. sunt 32, additis 4. quæ in fractione collocantur, fiunt 36. hinc ut in multiplicatione solet fieri, pergis.

ADAMI LONICERI

# DE PROGRESSIONE.

PRogreſsio eſt numerorum, qui æquali ſe exceſſu excedunt, compendioſa additio.

Eſtq; duplex. Arithmetica & Geometrica.

## DE PROGRESSIONE Arithmetica.

### Quid Arithmetica Progreſsio?

Eſt numerorum æqualis ubiq; exceſſus, ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. Item 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. Sic. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21.

### Quomodo addenda eiuſmodi Arithmetica progreſsio?

Numerandi principiò ſunt loci progreſsionis, numerus locorum eſt aſsignandus, hinc progreſsionis numerus primus addendus eſt ultimo, productum ſimiliter aſsignandū. Hoc facto alter numerorū qui par fuerit, erit mediandus, medietas per alterum adſcriptum numerum eſt multiplicanda, & productum indicat progreſsionis ſummam.

Exempli gratia. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27. 30. Horum numerorum ſummam ſcire cupiens, numera primùm locos ſeu ordines numerorum huius progreſsionis, & inuenies eſſe 10. Hinc numerum primum, uidelicet 3. adde ultimo, uidelicet 30. & fiunt 33. Hoc facto alterum numerum, qui par fuerit, uidelicet

uidelicet 10. media, cius medietas est 5. per quæ multiplico 33. proueniunt 165. quæ est propositæ progressionis summa.

Consimili modo in alijs Arithmeticis progressionibus agendum.

# DE PROGRESSIONE GEOMETRICA.

## Quid est Geometrica progressio?

Cùm æquali ubiq; proportione numerus sequens priorem includit, ut in dupla sequens priorem bis ubiq; includit, ut. 2. 4. 8. 16. 32. 64. &c. In tripla ter. ut. 3. 9. 27. 81. In quadrupla quater. ut 4. 16. 64.

In dupla porrò proportione multiplicatio fit per 2. In tripla per 3. In quadrupla per 4. ut, semel 4. sunt 4. quater 4. sunt 16. quater 16. sunt 64. quater 64. sunt 256. Sic iudicandum de reliquis proportionibus, uidelicet quintupla, secupla, septupla, octupla, idq; genus.

# COMPENDIVM COLLIGENDAE PROGRESSIONIS Geometricæ.

IN progressionibus Geometricis addendis, solus primus & ultimus requiritur numerus. Cùm igitur tædiosum sit omnes ordine ad ultimum usq; nu-

merum quem habere cupis, multiplicare, breuiter hoc pacto: ultimum numerum absq; omnium mediorum inuestigatione habere poteris.

Multiplica primùm aliquot tantùm ordine numeros, quibus digitos ordine naturali subscribe, primò uersus sinistram loco ponens Ziphram nihili. Secundò unitatē, Tertiò 3. & sic deinceps, hoc modo:

Exemplum progressionis duplæ.

| 3. | 6. | 12. | 24. | 48. | 96. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |

Ex his iam infinitam progreßionem conficere poteris: Vt si cupias habere numerum octauo loco collocandum, quære sub numeris proportionalibus duos digitos, qui octo constituant, ut sunt 5. & 3. horum digitorum proportionales numeros, uidelicet 24. & 96, inuicem multiplica, productum per primum progreßonis numerum diuide, & habebis numerum octauo loco collocandum, ut præsente exemplo. 24. cum 96. multiplicata, faciunt 2304. quæ per primum progreßionis numerum, uidelicet per tria, diuisa, faciunt 768. octauo loco collocanda. Vel numerum, cui quatuor sunt subscripta, in se multiplica, productum similiter per primum progreßionis diuide, & idem proueniet. Rursus si numerum octauo loco positum sumas, habebis numerum decimo sexto loco ponendum, bis enim 8. sunt 16. Atq; hoc faciendum si

dum si progressio non sumat initium ab unitate, Sin ab unitate initium sumat, Diuisione nihil opus est, sed simpliciter numeri eiusmodi inuicem multiplicantur, ut in hac dupla progressione.

| 1. | 2. | 4. | 8. | 16. | 32. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |

Ad habendum numerum loco nono ponendum, multiplica numeros quibus sunt subscripta 4. & 5. quæ nouem faciunt, proueniens 512. loco nono collocãda: quia progressio hæc ab unitate incipit.

OPERATIO.

Si eiusmodi progressionis summam scire cupias, numerũ ultimũ multiplica per eũ per quem reliqui sunt multiplicati, seu à quo progressio nomen habet, à producto deinde primum progressionis numerum aufer. Quod residuum fuerit, diuide per numerum unitate minorem quàm is fuit per quem multiplicasti, Quotiens progressionis summam ostendet.

Exempli gratia.

Vt in præsente exemplo in dupla proportione. 1., 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. Vltimum numerum uidelicet 512. per 2. multiplica, quia progressio est dupla, proueniunt 1024. à quibus primum progressionis numerum subtrahe, manent 1023. quæ diuide per unitate minorem quàm is fuit per quem facta est mutiplicatio, is erit unitas. & habes summam progressionis, uidelicet 1023. quia unitas neq; multiplicat neq; diuidit.

Aliud.

## ALIVD.

Vendit aliquis equum, & paciſcitur cum emptore, ut clauos unius pedis perſoluat, ita ut pro primo clauo numeret obolos duos, pro ſecundo ſex, & ſic deinceps, proportione tripla, triplum prioris ſemper pretij: equus autem habeat clauos decem.

## CAVTIO.

In quo exemplo, idq; genus alijs, obſeruandum, ut ſi uelis habere numerum ultimo loco conſtituendum, eſſe ſumendos digitos, qui unitate minorem conſtituant unmerum quàm ſit is locus quem habere cupis. Quia in colligendis iſtis numeris primo loco ſubſcribitur Ziphra, ſecundo uerò unitas, & ſic deinceps, ut in prædicto iam exemplo, poſitis principio ordine aliquot numeris,

| 2. | 6. | 18. | 54. | 162. | 486. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |

Si cupias habere numerum decimo ponendum loco, hoc eſt ultimo, ſume numeros, quorum digiti nouem faciant, ut 162. 486. quæ multiplicata & diuiſa, faciunt 39366, ultimo loco ponenda, idq; tantùm faciendum ſi quæratur locus ultimus. In medijs non item.

Iam multiplico ultimum progreſſionis numerum per eundem per quem reliqui ſunt multiplicati, uidelicet per tria, fiunt 118098. ex quo numero aufero primum progreſſionis, & manent 118096. quæ diuido

diuido per mitate minorem illo, per quem reliqui sunt multiplicati, uidelicet per 2. & proueniunt 5190 48. oboli, quæ est summa pecuniæ, pro equo numerandæ.

# DE REGVLIS VVLGARIBVS, PARS Secunda.

## REGVLA MERCATORVM, seu De tri.

Docet hæc regula è tribus numeris propositis quartum ignotũ elicere. Sic dicta, quia tribus cõstat numeris, quorum primus rem emptã, Secundus seu medius, pretium, Tertius quæstionem continet.

Numerorum autem collocatio hæc est: Pretium medio semper est ponendum loco. Numerus uerò, qui continet quæstionem, hoc est, qui sequitur proximè uocabulum quanti, quot, uel quantum, tertium occupabit locum. Is uerò qui huic re & nomine similis fuerit, collocabitur loco primo, ut 44. ulnæ emuntur aureis 32. quot emuntur aureis 60? colloca hoc modo:

| Locus 1. | 2. Locus. | 3. Locus. |
|---|---|---|
| ft | ulnæ | ft |
| 32 | 44 | 60 |

Porrò

Porrò primus & tertius numerus re & nomine conuenire debent, hoc est, si alter continet aureos, alter similiter continebit aureos: Si alter albos, dies, hebdoadas, menses, annos &c. alter eandem rem continebit. Si igitur in primo forte loco fuerint aurei, in tertio uerò albi, erunt aurei similiter in albos resoluendi. Sic de alijs.

OPERATIO.

Secundus cum tertio est multiplicandus. Productum per primum est diuidendum, & Quotiens quæsitum numerum indicabit.

| | lb | ſz | lb |
|---|---|---|---|
| Vt | 1 | 2 | 34. facit 68 ſz. |

Obserua, si multiplicatione facta, diuisor seu primus numerus in productum diuidi non possit, medius numerus resoluendus erit, Vt si aurei sunt in loco medio, erunt in albos resoluendi. Sic de alijs rebus. ut 2. cadi emuntur 9. aureis, quanti 3. mensuræ? hic resolue cados in mensuras, aureos in albos, hinc operare secundum regulam, hoc modo:

| Men. | alb. | Men. |
|---|---|---|
| 160. | 243. | 3. |

PROBATIO.

Pone numerum primum loco tertio, & tertium loco primo, Quotientem loco medio, & operare secundum regulam. Si productum idem fuerit cum numero qui antea fuit medius, bona fuit operatio. Si

Quotienti,

Quotienti, qui medio in probatione loco ponitur, ad hæserit fractio, multiplica sola integra relicta fractione. hinc superiorem fractionis partem producto adde, & diuide secundum dictum modum, ut. 32, uncia, pro 86. albis, quanti 4? facit $10\frac{24}{32}$. Probaturus pone hoc modo:

| Vnc. | alb | Vnc. |
|---|---|---|
| 4. | $10\frac{24}{32}$ | 32. facit 32. qui |

numerus antea medio fuit loco positus.

# REGVLA DE TRI INVERSA.

Eadem est ratio cum præcedente regula. Inuersa ob numerorum inuersionem dicitur. Quæstionem igitur hic primo pones loco, respondentem huic numerum tertio. & operaberis secundum præcedentem regulam.

Vt conduxerunt 12. uiri laborem absoluendum in 27. hebdoadibus, sed cupio absolui tribus. quot igitur uiris ad 3. istas hebdoadas opus habeo? pone hoc modo:

| heb. | uiri | heb. |
|---|---|---|
| 3. | 12. | 27. facit 108. |

REGV

# REGVLA PLVRIVM NVMERORVM, QVO MODO PLVres numeri quàm tres, ad tres sint redigendi.

QVòd si plures quàm tres fuerint numeri, pretium medio semper pone loco, hinc numeros continentes quæstionem, multiplica, & pone loco tertio, similiter reliquos multiplica, & pone loco primo, & operare secundum superiorem regulam, ut: per 36. miliaria, pro 100. libris dantur 2. aurei, quantum pro 25. lib. per 9. est dandum? Pretium, hoc est, 2. aureos, pone loco medio, ac resolue in solidos. & fiunt 48. solidi, hinc numeros quæstionis, uidelicet 23. & 9. multiplica, fiunt 225. quæ pone loco tertio. similiter si reliquos duos multiplicas, his re, & nomine pares, fiunt 3600. quæ pone loco primo, & operatione facta, prouenient 3. solidi, hoc modo:

3600. 48. 225. facit 3.

ALIVD.

Pro duabus conuictorum mensis una septimana à lendis, insumuntur 50. aurei, quantum insument menses 30. in 16. septimanis? Multiplica numeros, & dicto modo colloca, proueniunt 12000. aurei, hoc modo:

2 50 480 facit 12000

ALIVD.

Tres equi in 4. diebus edunt 10. medimnos, auenæ, quan-

næ, quantum 34. equi in diebus 18? Pone hoc modo:

12. 10. 532. facit 443, & $\frac{4}{12}$, uel $\frac{1}{3}$.

## ALIVS MODVS.

Idem alia ratione facere licebit, ut uidelicet in duas colloces operationes, ac prima operatione sinas pretium loco medio, numerum, solam quæstionem continentem, loco tertio, huic uerò re & nomine parem pro loco primo.

Pro secunda uerò operatione sumes Quotientem operationis primæ, cum reliquis duobus residuis numeris, ut in primo exemplo, principiò dices: 100. libræ dant 2. aureos, quantum libræ 25? facit 12. solidos, resolutis aureis in 48. solidos. Pro secunda deinde operatione dices: 36. miliaria dant 12. solidos, quantum 9. miliaria? proueniunt 3. solidi, sicut etiam superius.

# REGVLA CONSORTII SIVE SOCIETATVM.

Consortij seu societatum regula eandem habet operationem cum superioribus. Differt autem per plures numeros. Nomen habet à re ipsa, à consortio seu societate, certæ pecuniæ collatione inter quosdam facta. Omnem igitur pecuniam collatam in unam summam colliges, & pones loco primo, preciũ seu lucrum acceptum loco medio, Hinc singulorum collatam pecuniam sigillatim loco tertio, & operare ꝑ dictum modum. ut.

Sex aggressi sunt fodinam metallicam. Primus contulit 260. Secundus 380. Tertius 57. Quartus 526. Quintus 93. Sextus 110. Acceperunt autem ex fodina ista aurum, ualens 5000. coronatorum. Quæstio est quantũ cuiq; cedat. Hoc ut scias, Omnẽ collatam pecuniam in unam summam collige, facit 1426. quæ pones loco primo. Lucrũ, uidelicet 5000. loco medio. Singulorum deinde collatam pecuniam loco tertio, & singulas operationes instrues hoc modo.

| ſt | Coro. | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1426 | 5000 | ⌐260 | } facit | { 911 913/1426 |
| | | ⌐380 | | { 1332 568/1426 |
| | | ⌐57 | | { 206 1244/1426 |
| | | ⌐526 | | { 1844 456/1426 |
| | | ⌐93 | | { 326 124/1426 |
| | | ⌙110 | | { 385 990/1426 |

ALIVD.

Quatuor contulerunt pecuniam, qua lucrati sunt 856. aureos. Primus contulit 25. Secundus 80. Tertius 32. Quartus 40. Quæstio quantum quilibet accipiet? Collige primum uniuersam pecuniam, facit 177. Hinc secundum prædictum modum, collo ca numeros, & operare secundum regulam, hoc modo:

177

$$177 \quad 856 \quad \left\{\begin{matrix}25\\80\\32\\40\end{matrix}\right\} \text{facit} \left\{\begin{matrix}120\frac{160}{177}\\386\frac{158}{177}\\154\frac{134}{177}\\193\frac{79}{177}\end{matrix}\right.$$

## DE INTERCAPEDINE TEMporis diuersi in consortio.

*Tres contulerunt pecuniam, ut lucrum ea facerent, primus contulit 10. aureos, & mansit 12. hebdoadas. Secundus 20. & mansit 8. hebdoadas. Tertius 6. & mansit 40. hebdoadas. Lucrati autem sunt 900. fl. Quæritur quantũ cuiq; cedat. Hoc ut scias, multiplica primũ uniusq; aureos in suas hebdoadas, productum cuiuslibet pro tertio sume numero. Hinc tria ista producta in unam collige summam, & pone loco primo: Lucrum pone loco medio, & age secundum regulam, hoc modo:*

$$520 \quad 900 \quad \left\{\begin{matrix}120\\160\\240\end{matrix}\right\} \text{facit} \left\{\begin{matrix}207\frac{360}{520}\\276\frac{480}{520}\\415\frac{200}{520}\end{matrix}\right.$$

*Idem iuditium esto in alijs id genus exemplis.*

# DE FRACTIONIBVS. PARS TERTIA.

## QVID FRACTIO.

EST pars integri. ut, Sit integrum aliquod aureus, ulna, mensura, uel pondus, huius si capias partem aliquam, dicetur integri istius fractio.

Scribitur autem omnis fractio duobus numeris, interiecta lineola, quorum superior dicitur Numerator, & continet partes integri, Inferior est Diuisor, & dicitur Denominator, indicans in quot partes sit diuidendum integrum. Efferuntur autem in genere fœminino, superior per cardinale, inferior per ordinale nomen. ut

$\frac{2}{3}$ Numerator.
Denominator.

Hoc est, duæ tertiæ, idem est, ac si dicas, integri diuisi in tres partes, sume duas. Vt, sit integrum aureus, continens 27. albos, quam si diuidas in tres partes, continebit pars quælibet albos 9. quam partem si bis accipias, habes albos 18. quod idem est quod $\frac{2}{3}$. unius aurei.

## REGVLAE DE MINVtijs tres. Prima.

SI numerator denominatori æqualis fuerit, fractio ualet integro, ut $\frac{3}{3}$. unius aurei, idem sunt quod unus aureis. Sic $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{6}$ &c. idē sunt quod unum integrum, ac loco eius fractionis est scribenda simpliciter unitas.

### Secunda.

Si numerator maior fuerit denominatore, fractio plus

ctio plus ualet integro, tot unitatibus, quot numerator excedit denominatorem. Sic $\frac{3}{2}$. idem sunt quod $1\frac{1}{2}$. Duo enim in tribus, habco semel, & manet in resi duo. $\frac{1}{2}$. Quod hoc modo inuenitur, Diuide numeratorem per denominatorem, ac productũ loco fractionis pone, ut in præcedente, 3. per 2. diuisa, prouenit $1\frac{1}{2}$.

Sic $\left\{\begin{matrix}\frac{4}{3}\\ \frac{6}{6}\\ \frac{9}{6}\end{matrix}\right\}$ idem sunt quod $1\frac{1}{2}$ $\left\{\begin{matrix}\frac{10}{4}\\ \frac{60}{25}\end{matrix}\right\}$ sunt $\left\{\begin{matrix}2\frac{1}{4}\\ 2\frac{10}{25}\end{matrix}\right\}$

## Tertia.

Si numerator minor est denominatore, minor est fractio integro, tot unitatibus, quot numeratorem denominator excesserit. Sic $\frac{1}{2}$. idem est quod dimidia pars integri, $\frac{3}{4}$. idem sunt quot tres partes integri diuisi in quatuor.

## Quomodo cognoscendus ualor fractionis simplicis?

Multiplica integrum per Numeratorem. Productum per denominatorem diuide. Quotiens fractionis ualorem ostendet. Vt scire cupio, quantum faciunt $\frac{5}{9}$ unius aurei, Multiplico aureum, hoc est, 27. albos, per 5. productum per 9. diuido, proueniunt 15. albi, quæ idem sunt qnod $\frac{5}{9}$. Sic si scire cupias quantum sint $\frac{3}{8}$ unius cadi seu omæ uini, multiplica cadum, hoc est, 80. mensuras per 3. productũ diuide per 8, & proueniũt 30. mensuræ, quæ idem sunt quod $\frac{3}{8}$. Sic

in moneta qualibet, pro integro scribis monetæ partes. Vt pro aureis uel coronatis, eorum albos, solidos uel pazenos, pro monetæ ualore. Rursus pro albis uel pazenis scribis eorum obolos. Similiter in ponderibus, pro libra ponis uncias aut alias eius partes.

## DE REDVCTIONE MINVtiarum ad minorem numerum.

Vt facilius fractionis ualorem inuenire possis, commodissimum fuerit eam in minimos, quantum fieri potest redigere numeros, quod fit hoc modo: Principiò si numerator denominatorem bis tantùm continet, ita ut nihil supersit, idem ualet fractio quod $\frac{1}{2}$. Id est, media pars integri.

Sic $\frac{9}{18}, \frac{3}{6}, \frac{8}{16}, \frac{30}{15}, \frac{100}{200}$, Idem ualent quod $\frac{1}{2}$

Quòd si hoc non fuerit, quære numerum aliquem qualiscunq; is fuerit, qui ambas fractionis partes exactè diuidat, ac Quotiens numeratoris erit nouus numerator, similiter Quotiens denõinatoris erit nouus denominator, & producta fractio erit eadem cum priore, ut $\frac{24}{60}$. per duo diuisæ, faciunt $\frac{12}{30}$. quæ rursus mediatæ, faciunt $\frac{6}{15}$. quæ per 3. diuisæ, faciunt $\frac{2}{5}$. quæ idem ualent quod $\frac{24}{60}$.

Eadem ratio est in alijs exemplis. Sic $\frac{12}{18}$. mediatæ, idem sunt quod $\frac{6}{9}$. quæ per duo diuisæ, faciunt uel sim-

*Vel simpliciter diuide* $\frac{12}{18}$. *per* 6. *& proueniunt* $\frac{2}{3}$. *sic* $\frac{14}{49}$. *per septem diuisæ, faciunt* $\frac{2}{7}$. *sic* $\frac{27}{63}$. *per* 9. *diuisæ, faciunt* $\frac{3}{7}$.

*Sic* $\frac{11}{33}$. *per* 11. *diuisæ, faciunt* $\frac{1}{3}$.

## DVABVS PROPOSITIS fractionibus utra maior sit cognoscere.

*Multiplica Numeratorem unius cum Denominatore alterius, uter Numerator maiorem numerum produxerit, ea fractio est maior iudicanda. Vel.*

*Ziphram utriusq; fractionis numeratori appone, hinc per denominatorem diuide, utra fractio maiorem Quotientem produxerit, ea maior erit iudicanda.*

## Quomodo integra sint frangenda.

*Integra si sola fuerint, frangenda sunt, supposita simpliciter unitate, ut* $\frac{2}{1}$. *idem sunt quod* 2. *Si uerò integra fractis adhereant, ut* $2\frac{3}{4}$. *hoc modo in unam fractionem rediges. Integrum cum denominatore multiplica, producto numeratorem adde, denominatore eodē manente. Vt in præsente exemplo, dices: bis* 4. *sunt* 8. *addito numeratorem, uidelicet* 3. *sunt* 11. *quibus denominatorem subijce, & fiunt* $\frac{11}{4}$. *quæ idem sunt quod* $2\frac{3}{4}$.

ADAMI LONICERI

## DE REDVCTIONE FRActionum ad eundem denominatorem.

*Multiplica numeratorem unius per denominatorem alterius, & habebis numeratores nouos, Hinc denominatores inuicem adde, & habebis denominatorem communem. Vt* $\frac{4}{5}$ *&* $\frac{6}{7}$. *reducuntur hunc in modum,* $\frac{28}{35}$ $\frac{30}{35}$. *hæc iam posterior fractio eiusdem est ualoris cum priore.*

*Si integra cum fractis ad eundem sint denominatorem reducenda, integra cum fractionis denominatore multiplica, productum pro numeratore assume, ac eundem denominatorem subscribe, altera fractione integrè apposita, ut* 6 *&* $\frac{2}{3}$. *Dico ter* 6. *sunt* 18. *hæc pro numeratore accipio, & tria subscribo, & habeo fractionem, hoc pacto,* $\frac{18}{3}$ *&* $\frac{2}{3}$. *quæ eiusdem sunt ualoris cum priore fractione, numirum* $6\frac{2}{3}$.

## DE SPECIEBVS FRActionum.

### ADDITIO.

*Si inæquales fuerint denominatores, reducito primùm fractiones quas addere uolueris, ad eundem denominatorem, secundum præscriptum modum, hinc numeratores adde, communem denominatorem subscribe, & facta est additio. ut, addendæ sunt* $\frac{2}{3}$ *&* $\frac{3}{4}$. *reduco ad eundem denominatorem, & stant hoc modo* $\frac{8}{12}$ *&* $\frac{9}{12}$. *Iam addo numeratores, uidelicet* 8. *ad* 9.

*& pro-*

& proueniunt 17. quibus denominatorem communem subscribo, & fiunt $\frac{17}{12}$.

Quod si tres uel quatuor fractiones addendæ sunt, priores primùm duas ad eosdem redige denominatores, hinc addito eadem. quo facto productam fractionem simili modo cum tertia coniunge, hinc productum ex additione simili ratione cum quarta coniungito, & facta est operatio. ut addendæ sunt, $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{4}{5}$. reduco priores duas, uidelicet, $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$. ad eosdem denominatores, & eadem addo, fiunt $\frac{7}{6}$. hoc productum eodem modo cum fractione iungo tertia, uidelicet cum $\frac{3}{4}$. & fiunt $\frac{46}{24}$. quod productum eadem ratione cum fractione iungo quarta, & proueniunt $\frac{306}{120}$. quæ ultima fractio priorum quatuor summam continet.

Si integra cum fractis addenda sint, ut $5\frac{2}{4}$, ad $3\frac{2}{5}$. Integra primùm secundum præscriptum suprà modum in fractiones reducito, & fiunt $\frac{22}{4}$ & $\frac{17}{5}$. quo facto redige ad eundem denominatorem, ac postea adde, & proueniet $\frac{178}{20}$, quæ est summa priorum fractionum.

## SVBTRACTIO.

Sicut in additione, reduc fractionem ad eundem denominatorem, quo facto numeratorem unius à numeratore alterius subtrahe, Communem denomi-

natorem subscribe. Vt $\frac{3}{4}$ à $\frac{4}{5}$. Redige ad eundem denominatorem, hunc $\frac{15}{20}$ $\frac{16}{20}$. Sutrahe numeratores manent in residuo $\frac{1}{20}$.

Si integra fractis adhæreant, adde primum integra fractis, hinc secundum dictum operare modum. ut $3\frac{4}{5}$, à $5\frac{5}{6}$, additis integris ad fractiones, proueniunt $\frac{19}{5}$ $\frac{35}{6}$, quibus redactis ad eundē denominatorem, fiunt $\frac{114}{30}$ $\frac{175}{30}$. subtractis numeratoribus, manent in residuo $\frac{61}{30}$. & facta est subtractio.

Quòd si plures sint fractiones à pluribus subtrahendæ, per additionē primum fractiones adde, Hinc dicto age modo, ut $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ à $\frac{3}{4}\frac{5}{6}\frac{4}{5}$, addito, & erunt $\frac{17}{12}$ ab $\frac{286}{120}$. Reduc ad eundem denominatorem, & fiunt $\frac{2040}{1440}$ $\frac{3432}{1440}$. Subtrahe numeratores, & restabunt $\frac{1392}{1440}$.

## MVLTIPLICATIO.

Multiplica numeratores, productum erit nouus numerator. Similiter multiplica denominatores, productum erit nouus denominator, ut.

$$\frac{3}{4} \text{ per } \frac{6}{8} \text{ faciunt } \frac{18}{32} \text{ uel } \frac{9}{16}$$

Si integra fractis sint coniuncta, integra fractis primū addito, hinc dicto modo multiplica. ut $3\frac{4}{5}$ per $5\frac{5}{6}$ facit $\frac{665}{30}$ uel $95\frac{19}{30}$.

Duplatio:

## DVPLATIO.

Numeratorem dupla, ut $\frac{5}{6}$ duplatæ sunt $\frac{10}{6}$. uel denominatorem media, erunt $\frac{5}{3}$

## MEDIATIO.

Numeratorem media, ut $\frac{4}{7}$, faciunt $\frac{2}{7}$ uel denominatorem dupla, & erunt $\frac{4}{14}$.

## DIVISIO.

Diuisorem uersus dextram, diuidendum uersus sinistram colloca, hinc numeratorem diuidendæ multiplica cum diuisoris denominatore, productũ erit numerator. Similiter denominatorem diuidendæ cum numeratore diuisoris, & productum erit denominator. Vt diuidendæ sunt $\frac{4}{5}$, per $\frac{3}{6}$, dico: quater 6. sunt 24. & habeo numeratorem. Hinc quinquies 3. sunt 15. & erit denominator, hoc modo: $\frac{24}{15}$.

Quod si fractio per integrum sit diuidenda, numeratorem fractionis diuidendæ per integrum, si possis, diuide, denominatorem subijce, & facta est Diuisio. Vt $\frac{8}{9}$. per 4. diuisæ, faciunt $\frac{2}{9}$. quod si diuidere non possis, denominatorem cum integro multiplica, numeratorem suprà scribe, ut $\frac{7}{8}$. per 4. faciunt $\frac{7}{32}$. & facta est diuisio.

# DE MINVTIIS MINVTIARVM.

Minutiæ minutiarum idem sunt quod partes partium. Exempli gratia. Si accipias dimidiatã quartam unus

unius ulnæ, scribe hoc pacto, $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$. hoc est, una secunda. seu dimidiata pars unius quartæ. Scribuntur autem citra interpositam lineam.

Hæ fractiones primùm reducendæ sunt ad fractiones simplices, hunc in modum. Multiplica primùm nũeratores, hinc denominatores, & habebis fractionem simplicem. ut $\frac{4}{5}\ \frac{6}{7}$. hoc est quatuor quintæ ex sex septimis, faciunt $\frac{24}{35}$ sic $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{1}{4}$. hoc est, una secunda duarum tertiarum ex una quarta, faciunt $\frac{2}{24}$:

Item $\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{3}{5}$. hoc est, duæ tertiæ quatuor quintarum ex tribus quintis, faciunt $\frac{24}{75}$. His factis addere uel subtrahere uel diuidere secundum supra dictos modos poteris.

## REGVLA DE TRI IN fractis.

Pone numeros secundum regulam, hinc primam fractionem inuerte, hoc est, numeratorem loco denominatoris, denominatorem uerò loco numeratoris pone, quo facto numeratores inuicem multiplica, similiter & denominatores, & facta est operatio. ut $\frac{5}{8}$. unius libræ. Id est, 10. unciæ, emuntur pro $\frac{3}{4}$. unius aurei, quanti $\frac{1}{2}$? pone hoc modo:

$$\frac{8}{5}\ \frac{3}{4}\ \frac{1}{2} \text{ facit } \frac{24}{40} \text{ uel } \frac{3}{5} \text{ unius aurei.}$$

Quòd si integra fractis adhæreant. Integra ad fra-

ad fractiones reducito, hoc modo: Integrum cum denominatore multiplica, & producto numeratorem adde, & habes numeratorem, cui communem denominatorem rursus subscribe. ut $3\frac{1}{2}$. facit $\frac{7}{2}$. Si uerò integrũ solum sit, franges illud supposita unitate, ut $3\frac{1}{2}$. ulnæ emuntur 2. aureis, quanti $\frac{1}{4}$? pone hoc modo, inuersa prima fractione.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 1 | | 4 | 1 |
| — | — | — | facit | — uel | — Id est |
| 7 | 1 | 4 | | 28 | 7 |

3. albos & $\frac{6}{7}$. unius oboli.

Eadem ratione cum solis integris, supposita ubiq; unitate, & primo numero inuerso operari poteris. ut 3. ulnæ pro 2. fl. quanti 9? pone hoc modo:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 9 | | 18 | 6 |
| — | — | — | facit | — uel | — Id est |
| 3 | 1 | 1 | | 1 | 1 |

6. aureos.

## REGVLA DE TRI INuersa, in fractis.

Eadem ratio huius regulæ in fractis, numero tamẽ qui primo loco ponitur simpliciter inuerso. ut 5. ulnæ panni, cuius latitudo est $3\frac{1}{4}$. ulnarum, subducendæ sunt panno, cuius latitudo est $2\frac{1}{4}$ ulnæ, quot ulnis pro subductione opus habeo?

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Quæstio | 2 | 5 | 13 | | 195 |
| inuersa. | — | — | — | facit | — Id est, |
| | 8 | 1 | 4 | | 12 |

96 ulnas, & $\frac{3}{12}$ uel $\frac{1}{4}$.

*Tantum de fractionibus.*

## DE RADICVM EXtractione.

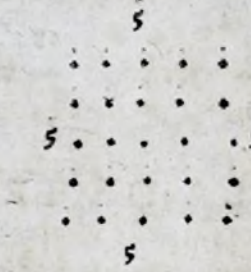
### Quottuplex est radicum extractio?

Duplex. *Quadrata, & Cubica:*

## DE QVADRATAE RAdicis Extractione.

### Quid numerus quadratus?

*Qui per unitates ita in quadratum collocari potest, ut omnia eius latera tam in longitudinem quàm in latitudinem sint æqualia.*




### Quid est radix quadrata?

Est *numerus qui in se multiplicatus, proposito numero quadrato, numerum æqualem constituit, ut si 25. sit numerus quadratus, radix erit 5. quinquies enim quinq;, sunt 25.*

### Quid ergo est extractio radicis quadratæ?

Est

*Est inuentio numeri, qui in se multiplicatus proposito numero æqualem aut quam proximè æqualem constituat. Vt ex propositis 25 cupiens habere numerum, qui in se multiplicatus, hanc summam producat, is erit quinq;, quæ dicuntur radix esse, extracta ex 25.*

## Quid est multiplicare quadratè?

*Est numerum in se multiplicare, ut ter tria sunt 9.*

## Quomodo inuenitur radicis seu cuiuscumq; numeri quadratum?

*Si numerum in se multiplicaueris. Vt sit radix seu numerus cuius quadratum habere cupis, 15. dic: quindecies 15 sunt 225. Quadratum igitur est, numerus 225. radix uerò est 15.*

*Sunt autem nouem radices simplices, quibus cognitis est facilior reliqua in extractione operatio.*

| Radices. | Quadrata |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 16 |
| 5 | 25 |
| 6 | 36 |
| 7 | 49 |
| 8 | 64 |
| 9 | 81 |

## Quomodo inuestiganda est radix numeri quadrati?

*Primum à dextris locis imparibus numerus propositus est punctis signandus: atq; ea puncta indicant quot radix in Quotiente sit habitura figuras. Exempli gratia. Volo scire radicem propositi numeri.* 240250o.

*Signo igitur punctis locum primum, tertium & septimum, hoc modo:* 240250o.

## Quid faciendum punctis assignatis?

*Quærendus est ultimus ille numerus in præcedente quadratorum tabella, qui si in tabella non fuerit, quæres proximè minorem, eiusq; radicem ad Quotientem collocabis, quadratum à suprà posito subtrahes. Sin ultimus locus non habuerit punctum, cum proximo, cui punctus est, iungito. Vt in præsente exemplo sunt 2. quæ in tabella quadratorũ quære, in qua quia non continentur, proximè minorem accipe, & is erit unitas. Huius radicem, uidelicet unitatem, ad Quotientem pone, ac unitatem ab numero, cuius radix est quæsita, hoc est, ab 2. subtrahe, residuum si quid fuerit, suprascribe, hoc modo:*

1

240250o Radix.

1 (1

*Hinc totus Quotiens est duplandus, duplum post proximum,*

proximum punctum, uersus dextram est collocandus & si duplum duas uel plures figuras habuerit, ordine uersus sinistram, loco noui diuisoris, sunt ponendæ. Hinc uidendum quoties duplum in supra scripto continetur numero, atq; hoc Quotienti asscribendum, item ad diuisorem seu duplum, uersus latus dextrum sub puncto. Nouus deinde iste numerus in Quotiente positus, cum duplo & figura illi adiuncta, multiplicandus, productum à supra scripto numero subtrahendum. (Et hæc operatio, non solùm in secundo hoc loco, uerum etiam in omnibus reliquis quotquot ad fuerint puncta, est obseruanda) ut, bis unum sunt 2. hoc duplum scribo sub 4. diuisoris loco. Hinc dico: 2. in 14. habeo quinquies, hæc 5. ad Quotientem scribo, item sub proximum punctum, ad 2. Deinde nouam radicem, uidelicet 5. cum duplo & adscripto numero, hoc est, cum 25. multiplico. Vt quinquies 25 sunt 125. quæ subtraho à 140. & remanent 15. quæ supra scribo, hoc modo: Obseruatio.

```
 1 15
 2 4 ø 2 5 1 0
   .   .   .
   2 5                (15
 ---------
 1 2 5
```

Rursus eodem modo pergo, quo in loco secundo. Ac toties hæc secunda operatio uenit repetēda, quot adfuerint puncta. Duplo igitur Quotientem, uidelicet 15. & dico: bis 15. sunt 30. hæc trigenta, sicut antea dictum est, ad medium, inter proximū punctum,

noui diuisoris loco scribo, uidelicet 0, sub 2. & 3. sub 5. Hinc diuido 3. in 15. & habeo quinquies, hæc 5. & ad Quotientem, & ad duplum seu diuisorem scribo, ac 3. in Quotiente cum duplo & adscripto numero multiplico. Vt quinquies 305. faciunt 1525. quibus à suprà scriptis 1525. subtractis, nihil remanet. ut:

15
3 0 5 ø 2500
305
1525 (155

Rursus, quia unus adhuc punctus restat, dicto est modo agendum. Sed quia solæ Ziphræ nihili supersunt, in quibus diuisorem habere non possum, Ziphrā quoq; ad Quotientem colloco, & facta est operatio.

Quod si ex multiplicatione digiti in Quotiente positi, cum duplo & adscripto numero, maior exurgat quàm ut à suprà scripto possit subtrahi, tum perinde atq; in diuisione, digitus ille, tam in Quotiente, quàm apud duplum est delendus, ac scribendus unitate minor tantisper dum numerus ex multiplicatione proueniens, à suprà posito possit subtrahi.

Si duplum quod noui diuisoris loco positum est, in suprà scripto numero haberi nequeat, tum Ziphra ad Quotientem ponetur, deleto isto duplo. Deinde totus Quotiens duplabitur, ac Quotientis duplum, noui diuisoris loco ponetur, ut prima figura medium sequentis puncti locum, uersus dextram, occupet. ut

9548

95481
9 (3

Hic absoluto primo loco, cuius radix sunt tria, quia duplum radicis, uidelicet sex, in sequentibus quinq; habere nequeo, Ziphram ad Quotientem pono, hunc in modum.

95481
6 (30

Hinc duplato toto Quotiente, ad tertium punctū pergo, hac ratione: Bis 30. sunt 60 quæ ante tertium punctum scribo, ac in suprà scripta 548. diuido, & habeo nouies, quæ nouem & ad Quotiemē & ad diuisorem seu duplum sub ultimum punctum repono, ac totum mox diuisorem, uidelicet 609, cum ultima radice, uidelicet 9. multiplico, & proueniunt 5481. quibus à suprà scriptis 5481. subtractis, nihil restat, & facta est operatio.

95481
609
5481 (309 Radix.

Quòd si aliqui numeri superfint, nec aliud sequatur punctum, cui postponi possit diuisor iste seu duplum, absoluta est operatio. ut

2548
10 (50 Restant 48.

In hoc exemplo, quia decem in 4. habere nequeo, Zíphram Quotienti adscribo, & quia nullum aliud sequitur punctum, peracta est operatio, manemq; in residuo 48. Probatio.

Multiplica Quotientem seu radicem in se, ac residuũ, si quod fuerit, producto adde. Si productũ idem fuerit cum priore numero, bene operatus es, Vt in priore exemplo.

254 Radix.
(50. restant 48.

Multiplica 50. in se, & fiunt 2500. his adde residuum, & sunt 2548. qui fuit numerus prior. Recte igitur radicem tuam extraxisti.

## DE RADIÇE CVBICA.

### Quid numerus cubicus?

Qui prouenit ex multiplicatione unius numeri in seipsum, Deinde ex multiplicatione eiusdem numeri in productũ. Vt cupio scire numerum cubicum in 9. Multiplico igitur nouem in se, id est quadratè, & fiunt 81. Hoc quadratũ per nouem rursus multiplico, & fiunt 729. Hæc 729. dicuntur numerus cubicus.

### Quid Radix Cubica?

Numerus ille primus ex cuius multiplicatione numerus prouenit cubicus. Vt in exemplo priore, 9. illa ex quibus cubicus numerus, uidelicet, 729. prouenit, dicuntur Radix Cubica.

### Quid est multiplicare cubicè?

Est

Est numerum in se multiplicare, & productum rursus per numerum primum, ut, Sex in se multiplicata, faciũt 36 quæ rursus per 6. multiplicata, faciunt 216, qui est numerus cubicus, cuius radix est 6. cubicè multiplicata. Sic quinq; cubicè multiplicata faciunt 125. Quinquies enim quinq; sunt 25. quæ rursus per 5. multiplicata producunt 125. Ad inuestigationem autem radicis, primùm obserua nouem primos cubicos numeros cum eorum radice cubica.

| Radices. | Quadrati. | Cubici. |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 |
| 3 | 9 | 27 |
| 4 | 16 | 64 |
| 5 | 25 | 125 |
| 6 | 36 | 216 |
| 7 | 49 | 343 |
| 8 | 64 | 512 |
| 9 | 81 | 729 |

## Quomodo igitur numeri cuiuscunq; radix cubica inuestiganda?

1. modus.

Quartum quenq; locũ, incipiendo à dextris, puncto signa. Quot enim puncta habueris, tot in Quotiente habebis numeros, hoc modo: 3 2 0 0 1 3 5 0 4.

Hinc accipe numerum ultimo puncto signatum, cum reliquis uersus sinistram, cumq; inter cubicos in tabella præcedente quære. Si non inuenias, accipies

eum qui proximè minor fuerit inter cubicos, cubicum istum huic subscribe, similiter cubici istius radicem sursim ad Quotientē colloca. Quo facto Cubicum à suprà scripto subtrahe, residuum supràscribe, & facta est operatio prima. ut in hoc exemplo: Vltimus numerus est 320. qui quoniam inter cubicos in tabella non habetur, minorē proximè accipio, uidelicet 216. ea subtraho à 320. remanent 104. ea supràscribo, ac cubici radicem, uidelicet sex, ad Quotientem pono; hunc ad modum.

104
320013504
216 Cubicus. (6

Hæc operatio in omnibus exemplis primo tantùm loco semper est obseruanda. Iam tripla totum Quotientem siue unus siue duo in eo sint numeri, productū seu triplum istad pone sub figura, quæ proxima est uersus sinistram, ante sequens punctum. Hinc totum Quotientem cum isto triplo multiplica, productum scribe una figura semotius uersus sinistram, quàm inceperis triplum. Et hic numerus uocabitur diuisor, hoc modo:

2. modus

104
320013504 (6
18 Triplum.
108 Diuisor.

Postea accipe diuisorem, & uide quoties indirectè

rectè supràscripto numero habere posſis, productum priori radici seu Quotienti adscribe. Nouum deinde radicem in Quotiente cum diuisore multiplica, productum sub diuisore colloca. Hinc eandem radicem in se multiplica, productum multiplica cum triplo, quod prouenit sub triplo infra priorem numerum colloca.

Hinc rursus eandem radicem multiplica cubicè cubicum eius numerum sub puncto directè pone. Hæc iam tria producta in unam collige summam, eamq; à supraſcripto priore numero subtrahe. Reſiduum supràscribe. Quòd ſi numerus is qui ex additione iſta prouenit maior ſit quàm ut à ſuperiore poſsit ſubtrahi, tum prior radix in Quotiente eſt delenda, & minor collocanda, tantiſper dum ex tali operatione numerus proueniat qui à ſuperiore poſsit ſubtrahi. Vt in præſente exemplo, 108. in 1040. uel 1. in 10. poſſum tantùm octies habere, hæc 8. loco radicis, ad Quotientem pono, & cum diuiſore ea multiplico. Vt octies 108. faciunt 864. hæc ſubſcribo diuiſori. poſtea radicem nouam, uidelicet 8. in ſe multiplico, & ſunt 64. quæ cum triplo, uidelicet cum 18. multiplico, & proueniunt 1152. quæ directè ſub triplo ſcribo. Inde radicē cubicè multiplico, ut octies 8. ſunt 64. octies 64. ſunt 512. hunc cubum ſubſcribo, ita tamen ut prima figura ſub puncto collocetur. Poſtremo tres hos numeros in unam colligo ſummam, & fiunt 98432. quæ ſubtraho à ſuprà ſcriptis 104013. & manent in reſiduo 5581. quæ ſupraſcribo, hoc pacto.

5
2 0 4 5 8 1
3 2 8 0 1 3 5 0 4 (68
18 Triplum.
108 Diuisor.

Adde { 864
1152
512 Cubus.
98432 Summa.

Hæc operatio in omnibus reliquis locis quot puncta adfuerint ad finem usq; est obseruanda. Quare cùm in hoc exemplo unicus tantùm supersit punctus, semel tantùm dicto modo agendum est.

Triplica igitur totum Quotientem, hoc est 68. & fiunt 204. hæc ad locum qui proximus est, apud sequens punctum, uersus sinistram scribo. Hinc multiplica rursus totum Quotientem, seu radicem, cum isto triplo, hoc est, 68 cũ 204. & proueniunt 13872. quæ diuisoris loco infra triplum scribo, una tantùm figura semotius uersus sinistram. Hinc uideo Quoties diuisor, uidelicet 13872. in supra scripto numero, uidelicet in 55815. contineatur: uel Quoties unum in 5. quod idem est, & possum habere quater, hæc quatuor ad reliquas radices in Quotientem scribo. Postea nouã hanc radicem, uidelicet 4. cum diuisore multiplico, & prouenũt 55488. quæ diuisori directè subscribo. Inde nouã radicẽ, uidelicet 4. multiplico in se, & habeo 16. Per hæc 16. multiplico triplũ, uidelicet

uidelicet 204. & proueniunt 3264. quæ directè sub triplo infra priorem numerum scribo. Hinc radicem, uidelicet 4 multiplico cubicè, seu cubum eius ex superiore tabula accipio, & cubus eius est 64. quæ sub ultimum punctum colloco. Quibus factis tria ista producta colligo, & faciunt 5581504. quæ subtraho à superioribus 5581504 & nihil manet in residuo. Inuēta igitur est radix numeri tui propositi, quæ est 684. hoc modo:

```
      5581
   2208 1504
      204        Triplum.   Radix.
    13872        Diuisor.   (684
  ------------
    55488
Adde 3264
       64        Cubus.
  ------------
  5581504        Summa.
```

## Quid faciendum si diuisor in supra scripto haberi nequeat?

Ziphra ad radicem scribenda, ac inde pergendum est, secundū operationem secundo loco obseruandam. Quòd si nec tum diuisor in suprà scripto contineatur, denuo Ziphra ad Quotientem ponenda, tantisper dum operatio ad finem fuerit deducta. Quod si quid remanserit, indicat quòd numerus propositus non fuerit cubicus. Vt exempli gratia.

```
  27523842.
```

Ago dicto modo, quærens 27. in tabula cubicorum, & inuenio radicem esse 3. eam pro Quotiente scribo, Cubum, uidelicet 27. à 27. subtraho, & nihil manet in residuo.

27 52384 2
27 (3

Iam triplico Quotientem seu radicem, & habeo 9. Hinc triplum hoc cum radice multiplico, & fiunt 27. hæc quia in supra scriptis quinq; habere nequeo. scribo Ziphram ad Quotientem. hoc modo:

27 52384 2
9 Triplum. (30
27 Diuisor.

Iam eodem modo pergo quo antea, & triplico radicem, uidelicet 30. & fiunt 90. quæ cum radice multiplico, & fiunt 2700, per hæc supra scriptum numerum diuido, & dico: 2. quoties in 5. possum, semel tantum, habere, hæc igitur Quotienti adscribo atq; multiplico cum diuisore, manent 2700. Hinc multiplico eandem radicem cum triplo, & manent 90. Postremò tria ista producta in unam summam colligo, & fiunt 27092. quibus à supra scripto numero subtractis manent in residuo 25641. quæ indicant propositum numerum non fuisse cubicum, hoc modo:

25641

25264 1
27523842
90 Trip.
2700 Diu. Radix 301

Adde { 2700
90
1 Cubus.

27523842 Summa.

## Probatio.

*Multiplica radicem cubicè, hoc est primò in se, productum rursus per radicem. Residuum, si quod fuit, addito. Si proueniat numerus prior, radicem tuam ex cubo bene eruisisti. Vt exemplum prioris. Cubus est 320013504.*

(684. Radix.
684
467856 Quad.
684
320013504 Cubus.

*Secundum Exemplum.*

*Cubus fuit.* 27523842.
*Rad.* 300. *& remanent* 523842.
300
90000 Quadr.
300
27000000. *Adde residuum, uidelicet* 523842. *& habebis primum cubicum numerum,*

rum, uidelicet 2 7 5 2 3 8 4 2. Cuius radix fuit 309. Bene igitur eradicasti.

## EADEM IN FRACTIS.

Quære primùm radicem numeratoris, eodem modo quo in integris, hinc quære radicem denominatoris, productum erit fractionis radix. Vt $\frac{35}{64}$. Radix eius quadrata est $\frac{5}{8}$. Radix cubica ex $\frac{125}{512}$. est $\frac{5}{8}$.

Tantum de Radicum extractione.

# DE EMPTIONE VINI IN MONETA PRIMVM FRANcofordiana, ubi aureus ualet albis 27, albus uerò nummis octo.

EX ualore mensuræ si scire uelis quanti constet Plaustrum, seu ut uocant, ein fůder, id hunc in modum deprehendes. Duplica ualorem mensuræ per aureos, Turones & Anglicos, ut nominant, grossos, & habes ualorem cognitum. Exempli gratia, si mensura ualeat nummis decem, plaustrum ueniet aureis 20. Turonibus 20. & Anglicis 20. quæ si in unã summam colligas, prodibunt aurei 22. albi 6. qui est ualor integri plaustri. Turo autem ualet nummis 18. Anglicus nummis 6.

Vel alia ratione. Dupla nummos mensuræ unius in Ioachimicos, seu thaleros, singulis thaleris albo uno detracto. Vt si mensura ueniat nummis 10. emetur plaustrum Ioachimicis 20, minus 20. albis. Si

mensura

mensura nummis 16. hoc est, duobus albis, ueniet plaustrum Ioachimicis 32. minus albis 32.

## IDEM SI IN MONETA HASIÆ, UBI AUREUS UALET ALBIS 26, ALBUS UERÒ OBOLIS 12. CUPIAS DEPREHENDERE.

PRincipiò poteris obolos in nummos redigere: tres enim oboli ualent nummis duobus: & secundum prædictum modum operari: ac si dimidium obolum in reductione superesse contingat, pro eo ipso albos 20. summæ addes.

Sin cupias simpliciter per obolos hoc experiri, licebit in hunc modum: Pro singulis obolis scribe aureum, & albos 14. Vt si mensura ualeat obolis 26. ueniet plaustrum aureis 26. & toties 14. albis, quæ in unam summam collecta, faciunt aureos 40. Aureo pro 26. albis, ut dictum est, accepto.

## DE AMBITV TERRAE INVENIENDO.

AMbitus seu circumferentia terræ hunc in modū inuenitur. Vni gradui cœlesti respondent 15. miliaria Germanica: iam si totum circulum, hoc est 360. gradus per 15. multiplices, prodibit integer numerus, ambitus terræ, seu circuli terræ maximi, uidelicet 5400. Germanica miliaria.

Sin per stadia uelis hoc experiri, attribues uni gradui 480 stadia (tot enim stadia faciūt 15. Germanica miliaria,

miliaria, singulis miliaribus attributis stadijs 32) & proueniet 172800. stadia ambitus terræ. Eratosthenes uerò alijq; attribuunt uni gradui cœlesti 700 stadia, & eorum sententia ambitus terræ continet stadia 252000. Miliari autem Germanico 46. stadia tribuunt, quod patet. si 700. per 15. miliaria Germanica, quæ uni gradui cœlesti respondent, diuidantur.

QVOMODO EX COGNITA CIRcumferentia seu ambitu terræ sit habenda diameter, & rursus ex diametro circumferentia.

Regula est, Quantas circumferentia habebit uicesimas secundas, tantas diameter habebit septimas, cum uicesima secunda sui parte. Quantas uerò diameter habebit septimas, tantas circumferentia habebit uicesimas secundas. Omnis enim circumferentia seu circulus diametrum ter includit, cum parte ipsius uicesima secunda: & omnis diameter triplicata cum uicesima secunda parte constituit circumferentiam: quod notum est manuarijs quoq; artificibus, doliarijs nimirũ, qui secundum hanc regulam bases in uasa aptant.

Per regulam itaq; proportionum, hac ratione ex circumferentia diametrum, & è diametro circumferentiam facile deprehendes. Cognitam rei circumferentiam per 7. multiplica, productum per 22. diuide. Vt in hoc exemplo, ubi ambitus terræ continet miliaria 5400. colloca hunc in modum:

22 dant 7. quantum 5400

Iam secundum regulam multiplica 5400. per 7. pro

ueniunt 37800. quæ per 22. diuide, habebis 1718 $\frac{4}{22}$ uel $\frac{2}{11}$. quæ sunt diameter terræ, seu tertia pars circumferentiæ cum una uicesima secunda.

22 7 5400 (1778 $\frac{4}{22}$.

Rursus cognita diametro, circumferentiam inuenies, si diametrum per 22. multiplices, productum per 7. diuidas, prodibit circumferentia. Vt si diametrum terræ, uidelicet 1718 $\frac{4}{22}$. per 7. multiplices, proueniunt 37800. quæ per 22. diuisa, producunt 5400. circumferentiam terræ.

Eadem ratio est in stadijs.

Alius modus.

Alia ratione hoc idem inuenitur, si circumferentiam per 22. diuidas, productum à circumferentia auferas, residuum diuidas per tria, habebis diametrum. Et uice uersa ex diametro circumferentiam licebit inuestigare. Sed prior modus est facilior.

FINIS.

M. D. LI.

