POPIS PUBLICZNY
UCZNIOW
SZKOŁY WOIEWODZKIEY
WARSZAWSKIEY
XX. PIJARÓW

Odbywać się będzie w dniach 22, 23 i 24 Lipca r. 1830

NA KTÓRY

SZANOWNĄ PUBLICZNOŚĆ

IMIENIEM INSTYTUTU

ZAPRASZA

X. PAWEŁ KOTOWSKI

REKTOR

W WARSZAWIE

W DRUKARNI XX. PIJARÓW

1830

Za pozwoleniem Cenzury Rządowéy

PORZĄDEK POPISU.

Dnia 22 Lipca we Czwartek.

KLASSY I. i II.

Od godziny 8 do $8\frac{1}{2}$	Nauka Religii i Moralna.
$8\frac{1}{2}$ — 9	Język Polski.
9 — 10	Język Łaciński,
10 — 11	Arytmetyka i Jeometrya.
11 — $11\frac{1}{4}$	Fizyka.
$11\frac{1}{4}$ — $11\frac{3}{4}$	Jeografiia.
$11\frac{3}{4}$ — $12\frac{1}{2}$	Historya Powszechna i Polska.
$12\frac{1}{2}$ — 1	Hstorya Naturalna.

Dnia 23 Lipca w Piątek.

KLASSY III. i IV.

Od godziny 8 do $8\frac{1}{2}$	Nauka Religii i Moralna.
$8\frac{1}{2}$ — 9	Fizyka i Historya Naturalna.
9 — 10	Jeometrya, Arytmetyka i Algebra.
10 — $10\frac{1}{2}$	Jeografiia
$10\frac{1}{2}$ — 11	Historya Powszechna i Polska.
11 — $11\frac{3}{4}$	Język Łaciński.
$11\frac{3}{4}$ — 12	Język Grecki.
12 — $12\frac{1}{2}$	Język Niemiecki.
$12\frac{1}{2}$ — 1	Język Francuzki.
1 — $1\frac{1}{2}$	Język Polski.

— ❋ —

Dnia 24 Lipca w Sobotę.

KLASSY V. i VI.

Od godziny 8 do $8\frac{1}{2}$ Nauka Religii i Moralna

$8\frac{1}{2}$ — 9 Fizyka i Historya Naturalna.

9 — 10 Matematyka i Jeografiia Astronomiczna.

10 — $10\frac{1}{2}$ Jeografia.

$10\frac{1}{2}$ — 11 Historya Powszechna i Polska.

11 — $11\frac{3}{4}$ Język Łaciński

$11\frac{3}{4}$ — $12\frac{1}{4}$ Język Grecki.

$12\frac{1}{4}$ — $12\frac{3}{4}$ Język Niemiecki.

$12\frac{3}{4}$ — $1\frac{1}{4}$ Język Francuzki.

$1\frac{1}{4}$ — 2 Język Polski.

Czytanie promocyy, pochwał i rozdanie nagród Uczniom celuiącym ze wszystkich Klass.

Dnia 26 Lipca zacznie się Examen ustny Uczniów maiących się udadź do Uniwersytetu. Składać go będzie 55. z naszéy Szkoły à 14. z prywatnéy edukacyi, za upoważnieniém Wysokiéy Kommissyi Rządowéy Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego.

SKŁAD

ZGROMADZENIA NAUCZYCIELSKIEGO SZKOŁY WOJEWÓDZKIÉY WARSZAWSKIÉY.

X. Paweł Kotowski Czł. Tow. Nauk. Krak. Rektor, wykładał Jeografią w Klassie VI. B. i Historyą Powszechną w Klassach IV, V i VI.

X. Antoni Malinowski Prefekt, Naukę Religii w klassach I, III i IV. Moralną w IV, Algebrę w VI B.

X. Edmund Andraszek Czł. Tow. Król W. P. N, Professor, Religią, Naukę Moralną w klassach VI. i Język Łaciński w kł. VI. A.

X. Klemens Haczkowski Professor, dawał Religią i Moralną w klassie II. i Język Łaciński w klassach II i V.

X. Anastazy Niezabitowski Professor, Język Łaciński i Algebrę w klas. IV.

X. Xawery Kurowski Mag. Filoz. Professor, wykładał Naukę Religii w klasie V. Moralną w III i V, Fizykę w III, V i VI. A Chimią i Mineralogią w klassie VI. B.

X. Tomasz Wasiłowski Mgr. N N. W W. Nauczyciel, Język Łaciński w VI. B Grecki w klassach VI. i Jeografią w VI A.

X. Józef Janicki Mgr. Filoz. Nauczyciel, Naukę Moralną w klassie I. Jeometryą w klassach III i IV, Matematykę w kl. V i VI A. i Jeografią Astronomiczną w klassie VI A.

X. Alexander Pułaski wykładał Język Polski w klassach III, IV, V i VI.

X. Józef Żochowski Mgr. Filoz. i N N. A A. Nauczyciel, Język Łaciński w kl. I i III, Historyą Polską w IV, V i IV A, Historyą Rossyyską w VI A, i Botanikę V.

X. Franciszek Wołkowicz Nauczyciel, Język Polski i Jeografią w klassie II. Hist. Powszechną i Arytmetykę w I.

JP. Jędrzéy Packhäuser Professor, dawał Język Niemiecki.

— Emmanuel Bonfils Nauczyciel, Język Francuzki.

— Jędrzéy Smarżewski Nauczyciel, Język Polski w klas. I. Jeografią w IV, Hist. Powsz. w II i III, Arytmetykę w II i III. Jeometryą w II.

— Benedykt Wierzbicki, Nauczyciel, Hist. Polską w klas. II Zologią w I, II, III i IV, Fizykę II i IV.

— Józef Czaczkowski Nauczyciel, Jeografią w I, Kalligrafią w I i II, Rysunki w I, II i III.

— Hieronim Duchnowski Nauczyciel, dawał Język Grecki w klas. IV. i V. Jeografią w III i V, Hist. Polską w klasie III.

Nauki wszystkie podług planu ukończono.

Uczniowie Klassy V. wychodzili w okolice Golendzinowa w celu zbierania i determinowania roślin.

Uczniowie Klassy III w celu zastósowania wiadomości ieometrycznych do praktyki udali się w pole między rogatkami wolskiemi i Wolą którey częśći mappę zrobili.— Klassa IV wymierzyła Elsnerówkę za pomocą stolika.—Uczniowie zaś Klassy V za pomocą kątomiaru zdeymowali znacznieysze punkta Warszawy, i tych odległości względne trygonometrycznie wyznaczali.—

Uczniów zapisanych na letnie półrocze było 573, to iest 78 w Klassie I, 86 w Klassie II, 86 w Klassie III, 115 w Klassie IV, 86 w Klassie V, 122 w Klassie VI.

Klassa IV dla znaczney liczby Uczniów na dwa oddziały była podzielona.— Również Klassa VI miała dwa oddziały, oddział A obeymował Uczniów pierwszoletnich, oddział zaś B drugoletnich.

W szkole naszéy zaledwie 480 Uczniów pod względem korzyści naukowéy pomieścić się może, i na przyszłość więcéy nad tę liczbę przyiętych nie będzie.— Doniesienia więc o nieprzyiętych Uczniach na rok przyszły na wyciągach Cenzur szkólnych Uczniom wręczone zostaną.

— ❊ —

Zapis Uczniów na przyszły rok szkolny rozpocznie się dnia 15 Września od Klassy VI drugoletniéy, Następnego dnia Klassy VI pierwszoletniéy i tym porządkiem odbywać się będzie zapis co dzień innéy niższéy Klassy.

Przy zapisie każdego ucznia maią bydź obecni rodzice lub opiekunowie, którzy za dozór domowy Ucznia zaręczą.

Przyłącza się do tego programatu *Rzecz o kwadratach magicznych* przez X. Jozefa Janickiego Magistra Filozofii napisana.

RZECZ
O
KWADRATACH MAGICZNYCH.

KWADRATY MAGICZNE.

§ 1. Weźmy pod uwagę kilka postępów różnicowych, maiących za pierwszy wyraz iedność, wykładnik stosunku także iedność, a liczbę wyrazw 9, 16, 25, 36, 49 i tak daléy; to iest:

÷ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

÷ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.

÷ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. . . . 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. . . . 22. 23. 24. 25.

÷ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. . . 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. . . 34. 35. 36.

i tak następnie biorąc tyle liczb początkowych w porządku naturalnym, ile zawiera iedności kwadrat z liczby 3, 4, 5, 6 7, 8, 9 i t. d.

Zastanawiaiąc się nad każdym w szczególności postępem, postrzeżemy:

Naprzód. Co do pierwszego, którego liczba wyrazów iest kwadratem z 3,

iż summa trzech środkowych wyrazów

$$4 + 5 + 6 = 15$$

iest taż sama, co summa trzech innych liczb z tegoż postępu dobranych, następuiących:

$$2 + 9 + 4 = 15.$$
$$7 + 3 + 5 = 15.$$
$$6 + 1 + 8 = 15.$$
$$2 + 7 + 6 = 15. \qquad (A)$$
$$9 + 5 + 1 = 15.$$
$$4 + 3 + 8 = 15.$$
$$2 + 5 + 8 = 15.$$

I tak dobranych tróiek na summę 15, z dziewięciu liczb początkowych iest wszystkich ośm.

Powtóre. Co do drugiego postępu, którego liczba wyrazów iest kwadratem z 4,

widzimy, że summa czterech środkuiących iego wyrazów

$$7 + 8 + 9 + 10 = 34$$

iest ta sama, co summa czterech innych liczb, z tego postępu dobranych, następuiących:

$$\begin{array}{l} 1 + 15 + 14 + 4 = 34 \\ 12 + 6 + 7 + 9 = 34 \\ 8 + 10 + 11 + 5 = 34 \\ 13 + 3 + 2 + 16 = 34 \\ 1 + 12 + 8 + 13 = 34 \qquad (B) \\ 15 + 6 + 10 + 3 = 34 \\ 14 + 7 + 11 + 2 = 34 \\ 4 + 9 + 5 + 16 = 34 \\ 1 + 6 + 11 + 16 = 34 \\ 4 + 7 + 10 + 13 = 34. \end{array}$$

i tak dobranych czwórek na summę = 34, z szesnastu liczb początkowych iest dziesięć, oprócz spomnioney czwórki liczb środkowych.

Potrzecie. Co do trzeciego postępu którego liczba wyrazów iest kwadratem z 5.

Summa pięciu środkowych iego wyrazów

$$11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 65$$

iest ta sama, co summa pięciu innych liczb dobranych z tego postępu, następuiących.

$$\begin{array}{l} 3 + 20 + 7 + 24 + 11 = 65 \\ 16 + 8 + 25 + 12 + 4 = 65 \end{array}$$

$$9 + 21 + 13 + 5 + 17 = 65$$
$$22 + 14 + 1 + 18 + 10 = 65$$
$$15 + 2 + 19 + 6 + 23 = 65 \qquad \text{(C)}$$
$$3 + 16 + 9 + 22 + 15 = 65$$
$$20 + 8 + 21 + 14 + 2 = 65$$
$$7 + 25 + 13 + 1 + 19 = 65$$
$$24 + 12 + 5 + 18 + 6 = 65$$
$$11 + 4 + 17 + 10 + 23 = 65$$
$$3 + 8 + 13 + 18 + 23 = 65$$

i tak dobranych piątek na summę 65 z dwudziestu pięciu liczb początkowych, iest wszystkich dwanaście.

Poczwarte. Co do czwartego postępu, którego liczba wyrazów iest kwadratem z 6.

Summa sześciu iego wyrazów środkowych,

$$16 + 17 + 18 + 19 + 20 + 21 = 111$$

iest ta sama, co summa sześciu innych wyrazów tego postępu, następuiących:

$$1 + 32 + 34 + 33 + 5 + 6 = 111$$
$$25 + 8 + 28 + 9 + 11 + 30 = 111$$
$$24 + 20 + 15 + 16 + 17 + 19 = 111$$
$$18 + 23 + 21 + 22 + 14 + 13 = 111$$
$$12 + 26 + 10 + 27 + 29 + 7 = 111$$
$$31 + 2 + 3 + 4 + 35 + 36 = 111$$
$$1 + 25 + 24 + 18 + 12 + 31 = 111 \qquad \text{(D)}$$
$$32 + 8 + 20 + 23 + 26 + 2 = 111$$
$$34 + 28 + 15 + 21 + 10 + 3 = 111$$
$$33 + 9 + 16 + 22 + 27 + 4 = 111$$

$$5 + 11 + 17 + 14 + 29 + 35 = 111$$
$$6 + 30 + 19 + 13 + 7 + 36 = 111$$
$$1 + 8 + 15 + 22 + 29 + 36 = 111$$
$$6 + 11 + 16 + 21 + 26 + 31 = 111$$

i tak dobranych szóstek na summę 111 z trzydziestu sześciu liczb początkowych, iest wszystkich piętnaście.

Podobneż uwagi moglibyśmy i z innych postępów wyprowadzić, w którychby liczba wyrazów była kwadratem z 7, 8, 9, 10, 11, 12 i t. d.

§ II. Własność ta szczególnieysza w liczbach naturalnych postrzeżona, dała początek tak zwanym kwadratom magicznym czyli czarodzieyskim. Zasadzaią się one na tém, ażeby w danym kwadracie podzielonym na równe mnieysze kwadraciki umieścić liczby naturalne w ten sposób, iżby we wszystkich kierunkach summa liczb w tych kwadracikach czyli kratkach była niezmienną i ażeby się w całym kwadracie ta sama liczba niepowtarzała. I tak:

a) Wykreślmy kwadrat na linii prostéy podzielonéy na trzy równe części i którego tém samém powierzchnia zawierać będzie dziewięć kwadracików równych. Po tych kwadracikach można rozłożyć ośm tróiek liczb (A) czyniących zawsze summę 15. według kratek albo trzech pionowych, albo trzech poziomych, albo dwóch przekątnych kwadratu, w ten sposób, iż ta sama liczba w żadnym kwadraciku nie będzie powtórzoną; iak to widzieć można na następuiącéy figurze.

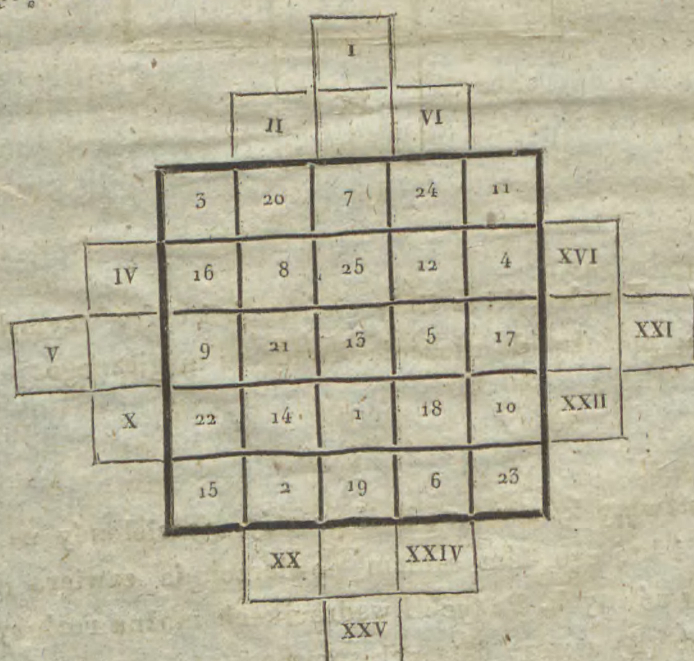
		I		
	2	9	4	
III	7	5	3	VII
	6	1	8	
		IX		

Uwaga. Kwadraciki z liniy cieńszych i cyfry rzymskie w nich umieszczone, posłużą do ułożenia kwadratu magicznego.

b) Wystawmy kwadrat na linii prostéy, podzielonéy na cztéry równe części i którego tém samém powierzchnia zawiera szesnaście kwadracików równych. Po tych kwadracikach można rozłożyć dziesięć czwórek liczb (B) zawsze daiących summę 34.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

c) Wykreślmy kwadrat na linii prostéy podzielonéy na pięć równych części i którego tém samém powierzchnia zawiera dwadzieścia pięć kwadracików równych. Po tych kwadracikach można umieścić dwanaście piątek liczb (C) daiących zawsze summę 65.



d) Wykreślmy kwadrat na linii prostéy podzielonéy na sześć równych części i którego powierzchnia zawierać będzie trzydzieści sześć kwadracików równych. Po tych kwadracikach można rozłożyć czternaście szóstek liczb (D), zawsze czyniących summę 111. według kratek albo sześciu pionowych albo sześciu poziomych, albo dwóch przekątnych kwadratu.

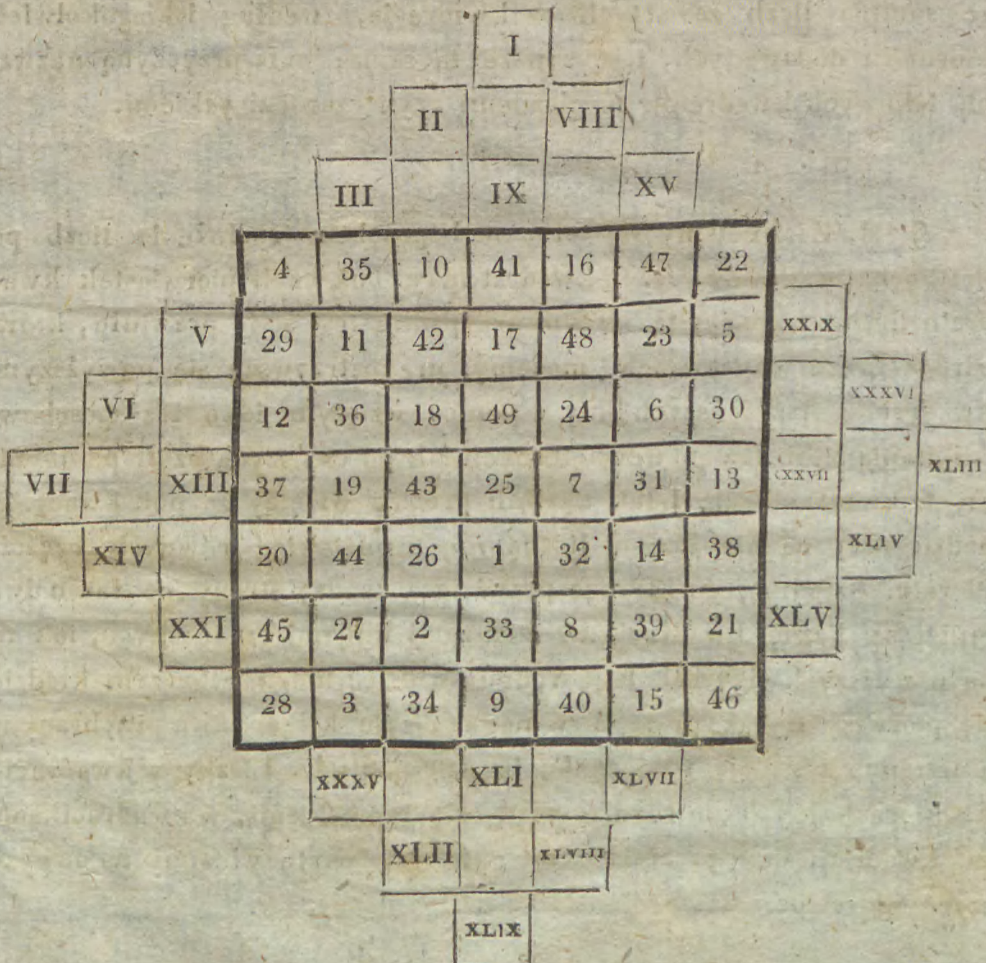
1	32	34	33	5	6
25	8	28	9	11	30
24	20	15	16	17	19
18	23	21	22	14	13
12	26	10	27	29	7
31	2	3	4	35	36

Podobny kwadrat magiczny mamy ieszcze na figurze następuiącéy:

1	35	34	30	5	6
33	11	25	24	14	4
8	22	16	17	19	29
28	18	20	21	15	9
10	23	13	12	26	27
31	2	3	7	32	36

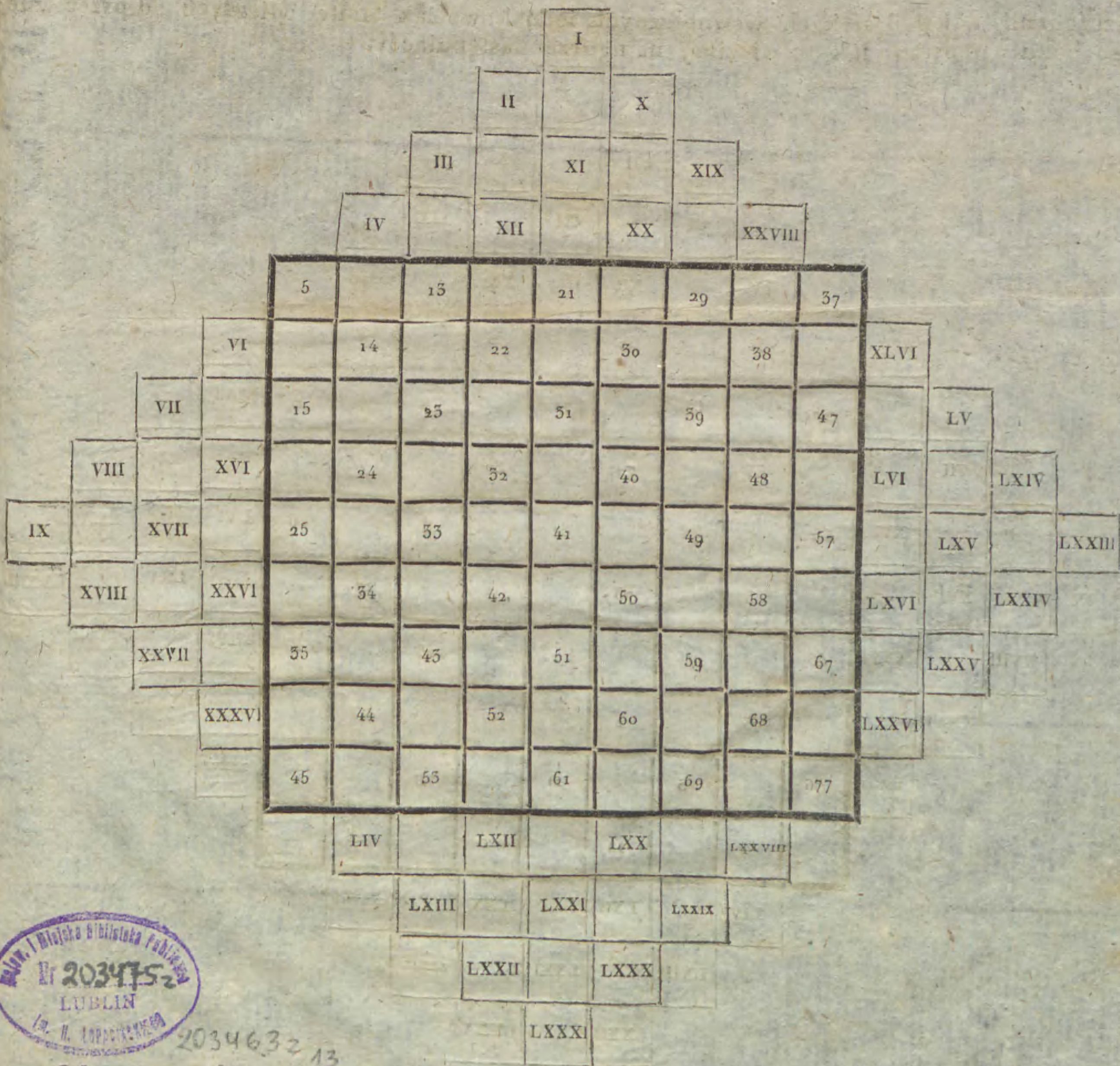
gdzie liczby są innym porządkiem po kratkach rozłożone, lecz zawsze summa rozłożonych po właściwych kratkach czyni 111.

e) Wykreślmy ieszcze kwadrat na linii prostéy podzielonéy na siedm równych części i którego powierzchnia tém samém zawiera czterdzieści dziewięć kwadracików równych. Po tych kwadracikach można rozłożyć szesnaście siódemek liczb dobranych z postępu liczb naturalnych od 1 do 49. zawsze daiących summę 175. według kratek albo siedmiu pionowych albo siedmiu poziomych albo dwóch przekątnych kwadratu, iak to widzimy na następuiącey figurze.

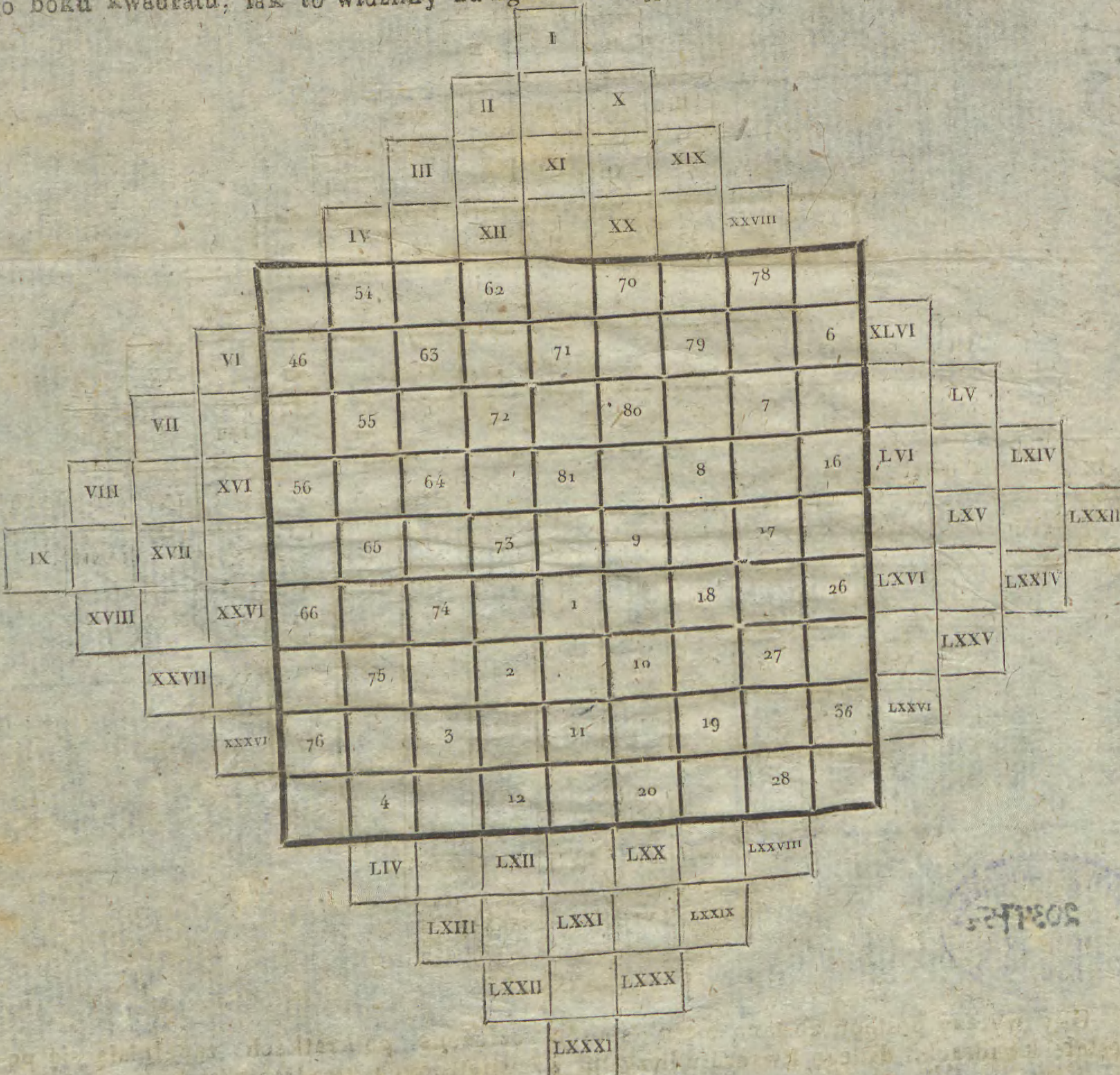


Z tych pięciu przykładów wniesiemy, że po kratkach kwadratu z 8, 9, 10, 11 i t. d. można rozłożyć, ósemki, dziewiątki, dziesiątki i t. d. liczb dobranych z odpowiednych postępów; lecz trudność tego rozłożenia rośnie ze wzrostem liczby uważanéy za bok czyli pierwiastek kwadratu. Ta trudność rozłożenia, a zarazem szczególna osobliwość że summa liczb zawartych w kwadracie, według iakiegokolwiek kierunku dodawanych, iest zawsze ta sama; była przyczyną nazwania takowych kwadratów magicznemi czyli czarodzieyskiemi.

§ III. Zastanówmy się teraz nad sposobem rozłożenia liczb po kratkach kwadratów. Jeżeli kwadrat ma za bok czyli pierwiastek kwadratu liczbę nieparzystą, w tym przypadku iest stałe prawidło, które bardzo łatwo wyprowadzić możemy; przypatrzywszy się powyższym kwadracikom z cieńszych liniy w pomoc wziętym, iako też sposobowi rozpisania liczb, tak po wewnętrznych iak po cieńszych czyli pomocniczych kwadracikach. I tak na linii prostéy wziętéy za bok kwadratu podzielonéy na nieparzystą liczbę *np.* na dziewięć równych części, stawiam kwadrat, do którego przydaię z każdéy strony co raz o dwa mnieyszą liczbę kwadracików cieńszemi linijami oznaczonych, iak to na powyższych figurach tego rodzaiu widzieć można. Po czém kładzie się pierwszy wyraz postępu w naywyższym kwadraciku przybranym a następne piszą się w kierunku iego przekątnéy. Liczby w kwadracikach przybranych dla różnicy piszą się rzymskiemi, w kwadracikach zaś kwadratu danego arabskiemi cyframi, iak to widzimy na powyższych figurach a w szczególności na następuiącéy.



Gdy wyrazy postępu zostaną w ten sposób rozłożone po kratkach, zapełniaią się pozostałe kwadraciki danego kwadratu liczbami z zewnętrznych kwadracików branemi i mieszczonemi w kwadracikach wewnętrznych iednakowo iak tamte odległych od przeciwnego boku kwadratu, iak to widzimy na figurze następuiącéy.



Tym sposobem zapełnimy drugą część kratek i kwadrat magiczny będzie taki:

5	54	13	62	21	70	29	78	37
46	14	63	22	71	30	79	38	6
15	55	23	72	31	80	39	7	47
56	24	64	32	81	40	8	48	16
25	65	33	73	41	9	49	17	57
66	34	74	42	1	50	18	58	26
35	75	43	2	51	10	59	27	67
76	44	3	52	11	60	19	68	36
45	4	53	12	61	20	69	28	77

w którym summa liczb w każdym rzędzie kratek równoległym od boków kwadratu, i w kierunku dwóch przekątnych czyni zawsze 369.

§ IV. Widzimy więc że na przypadek nieparzystego boku kwadratu, ułożenie kwadratu magicznego, żadnéy nie pociąga za sobą trudności. Lecz ieżeli kwadrat ma za bok liczbę parzystą, na rozłożenie w ten czas wyrazów postępu danego nie ma stałego prawidła. Ułożenie takowego kwadratu magicznego wymaga bardzo wiele czasu i niezmordowanéy wytrwałości. Cząstkowy wypadek pokonania téy pracy, to iest kwadraty magiczne z liczb 8, 10, 12 i 16. iest następuiący: I tak

Kwadrat magiczny z liczby 8.

1	63	54	13	12	51	58	8
56	10	62	5	4	59	15	49
47	48	19	20	21	22	41	42
34	33	27	28	29	30	40	39
26	25	35	36	37	38	32	31
23	24	43	44	45	46	17	18
16	50	6	61	60	3	55	9
57	7	14	53	52	11	2	64

w którym summa liczb po kratkach w iakimkolwiek kierunku branych czyni zawsze 260.

Ten sam przypadek iest ieszcze rozwiązany w następuiącym kwadracie.

1	63	62	59	7	55	5	8
61	15	49	48	44	19	20	4
9	47	25	38	39	28	18	56
54	22	36	30	31	33	43	11
12	42	32	34	35	29	23	53
52	24	37	26	27	40	41	13
14	45	16	17	21	46	50	51
57	2	3	6	58	10	60	64

w którym także summa liczb w ośmiu kwadratach poziomych, w ośmiu pionowych i w kierunku dwóch przekątni kwadratu czyni zawsze 260.

Kwadrat magiczny z liczby 10.

1	99	98	95	7	93	9	89	4	10
96	19	81	80	77	25	73	23	26	5
11	79	33	67	66	62	37	38	22	90
88	27	65	43	57	56	46	36	74	13
14	72	40	54	48	49	51	61	29	87
86	30	60	50	32	53	47	41	71	15
16	70	42	55	45	44	58	59	31	85
84	32	63	34	35	39	64	68	69	17
18	75	20	21	24	76	28	78	82	83
91	2	3	6	94	8	92	12	97	100

w którym summa liczb po kratkach w iakimkolwiek kierunku czyni zawsze 505.

Ten sam przypadek iest ieszcze rozwiązany następniączym sposobem.

1	98	97	61	60	7	71	8	92	10
20	12	88	77	26	25	74	83	19	81
70	79	23	87	16	15	84	28	72	31
80	68	69	34	35	36	37	62	63	21
51	53	52	44	45	46	47	59	58	50
5	43	42	54	55	56	57	49	48	96
95	38	39	64	65	66	67	32	33	6
2	29	73	17	86	85	14	78	32	99
90	82	18	27	76	75	24	13	89	11
91	3	4	40	41	94	30	93	9	100

Kwadrat magiczny z liczby 12.

1	143	121	96	136	48	23	61	37	134	8	12
141	14	129	128	20	74	86	107	123	21	23	4
10	35	27	117	104	43	42	101	112	34	110	135
13	98	106	40	116	31	30	113	45	99	47	132
6	119	93	94	53	54	55	56	87	88	26	139
36	83	76	75	65	66	67	68	82	81	62	109
85	95	65	64	77	78	89	80	70	69	50	60
138	126	57	58	89	90	91	92	51	52	19	7
25	18	46	100	32	115	114	29	105	59	127	120
142	15	111	33	44	103	102	41	28	118	130	3
140	122	16	17	125	71	59	38	22	124	131	5
133	2	24	49	9	97	72	84	108	11	137	144

w którym summa liczb po kratkach w iakimkolwiek kierunku branych czyni zawsze 870.

Ten sam ieszcze przypadek iest rozwiązany następnym sposobem (1)

1	143	142	139	7	137	9	135	11	130	4	12
140	23	121	120	117	29	115	31	111	26	32	5
13	118	41	103	102	99	47	95	45	48	27	132
131	33	101	55	89	88	84	59	60	44	112	14
16	110	49	87	65	79	78	68	58	96	35	129
128	36	94	62	76	70	71	73	83	51	109	17
18	108	52	82	72	74	75	69	63	93	37	127
126	38	92	64	77	67	66	80	81	53	107	19
20	106	54	85	56	57	61	86	90	91	39	125
123	40	97	42	43	46	98	50	100	104	105	22
21	113	24	25	28	116	30	114	34	119	122	124
133	2	3	6	138	8	136	10	134	15	141	144

(1) Kwadraty z liczb parzystych 4, 6, 8, 10 i 12 są pracy *W. Adr. Krzyżanowskiego* Profesora Królewsko-Alexandrowskiego Uniwersytetu.

Nakoniec kwadrat magiczny z liczby 16. iest:

256	247	246	12	9	13	243	242	16	17	239	238	20	21	235	2
3	226	213	45	46	210	209	49	50	206	205	53	54	201	32	254
4	33	200	63	193	192	66	67	189	188	70	71	185	58	224	253
252	34	59	178	169	89	90	166	165	93	94	161	80	198	223	5
251	222	60	81	160	101	155	154	104	105	151	98	176	197	36	6
7	221	196	82	99	146	141	117	118	137	112	158	175	61	36	250
8	37	62	174	100	113	136	123	122	133	144	157	83	195	220	249
23	38	73	173	107	114	129	126	127	132	143	150	84	184	219	234
24	218	183	85	108	115	125	130	131	128	142	149	172	74	39	253
232	217	75	86	148	138	124	135	134	121	119	109	171	182	40	25
231	110	41	76	87	147	145	116	140	139	120	111	170	181	216	26
27	42	180	162	159	156	102	103	153	152	106	97	95	77	215	230
28	43	179	177	88	168	167	91	92	164	163	96	79	78	214	229
228	202	199	194	64	65	191	190	68	69	187	186	72	57	55	29
227	225	44	212	211	47	48	208	207	51	52	204	203	56	31	30
255	248	10	11	245	244	14	15	241	240	18	19	237	236	22	1

w którym summa liczb po kratkach w jakimkolwiek kierunku branych czyni zawsze 2056 (1)

Wykonanie rozłożenia liczb zwyczaynych po kratkach kwadratu maiącego za bok liczbę nieparzystą 11, 13, 15, 17 i t. d. iako oparte na sposobie wyżéy wskazanym, zostawiamy wprawie i ochocie czytelnika.

§ V. Maiąc rozłożone liczby naturalne po kratkach kwadratów magicznych, możemy za pomocą ogólnéy formuły znaleść summę wyrazów będącą w każdym kierunku danego kwadratu.

I tak oznaczmy summę przez s, pierwszy wyraz przez a, ostatni wyraz danego postępu przez z, liczbę zaś wyrazów postępu także przez z, gdyż w postępach tu uważanych liczba wyrazów zawsze się równa się wyrazowi ostatniemu. Wiadomo że summa wyrazów postępu różnicowego iest $s = (\frac{a+z}{2})z$, aże summa wyrazów któregokolwiek szeregu kratek, iest taką częścią summy wyrazów całego postępu, ile czyni pierwiastek z liczby z wszystkich wyrazów; więc $s = (\frac{a+z}{2\sqrt{z}})\ z$ czyli $s = (\frac{a+z}{2})\sqrt{z}$ oznacza summę wyrazów rozpisanych po kratkach któregokolwiek kierunku. To iest: summa wyrazów w kierunku iakimkolwiek kwadratu magicznego będących, równa się połowie iloczynu z pierwiastku danego kwadratu przez summę dwóch wyrazów skraynych postępu.

---

(1) Kwadrat ten wyięty iest z dzieła *Arithmetica integra authore Michaele Stifelio. Norimbergae.* 1544. *pag.* 26. gdzie zarazem znayduie się sposób dosyć nieprzystępny tworzenia tego kwadratu.

Chcąc podług téy formuły wyrachować, ile czyni summa wyrazów w kratkach którego kolwiek kierunku *np.* kwadratu maiącego w sobie 49 kwadracików, uczynimy $a=1$, $z=49$, $z=\sqrt{49}=7$ więc

$$s=\left(\frac{1+49}{2}\right)\sqrt{49}=175.$$

Podobnie w kwadracie magicznym maiącym 400 kwadracików równych, summa wyrazów w każdéy kratce $=\left(\frac{1+400}{2}\right)\sqrt{400}=2010$ i t. d.

Zastosowanie téy formuły iest użyteczne przy robieniu kwadratów magicznych, szczególniéy na przypadek boku parzystego, gdyż możemy naprzód wiedzieć, ile wynosić powinna summa wyrazów po kratkach kwadratu danego.

§ VI. Nie tylko liczby składaiące postęp różnicowy, lecz i wyrazy postępu ilorazowego można rozłożyć po kratkach kwadratu w ten sposób, iż iloczyn liczb będących w kwadracikach każdéy kratki iest zawsze ten sam.

W tym celu weźmy dwa postępy ilorazowe zaczynaiące się od jedności, maiące za wykładnik stosunku 2, a liczbę wyrazów równą kwadratowi z 3 i 4. to iest:

$$\div\ 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256.$$

$$\div\ 1 : 2 : 4 : 8 : \ldots 256 : 512 : 1024 : \ldots 16384 : 32768.$$

W pierwszym postępie, iloczyn trzech środkowych wyrazów 8. 16. 32=4096. iest ten sam, co iloczyn trzech innych liczb z tego postępu dobranych następuiących:

$$32\times64\times2=4096$$

$$1\times16\times256=4096$$

$$128\times4\times8=4096.$$

$$8 \times 2 \times 256 = 4096$$
$$4 \times 16 \times 64 = 4096$$
$$1 \times 128 \times 32 = 4096$$
$$2 \times 16 \times 128 = 4096$$
$$8 \times 16 \times 32 = 4096$$

Liczby te można rozłożyć po kratkach kwadratu z 3 w sposób zupełnie podobny sposobowi rozkładania wyrazów postępu różnicowego na przypadek boku kwadratu nieparzystego, iak to widzimy na następuiącéy figurze:

		I		
	2	256	8	
IV	64	16	4	LXIV
	32	1	128	
		CCLVI		

gdzie iloczyn wyrazów po kratkach kwadratu w kierunku iakimkolwiek wynosi zawsze 4096.

Co do drugiego postępu, którego liczba wyrazów iest parzysta, widzimy, iż iloczyn cztérech iego wyrazów środkowych

$$64 \times 128 \times 256 \times 512 = 1{,}073{,}741{,}824$$

iest ten sam co iloczyn cztérech innych wyrazów z wziętego postępu dobranych, następuiących:

$$32{,}768 \times 4 \times 2 \times 4096 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$256 \times 32 \times 64 \times 2048 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$16 \times 512 \times 1024 \times 128 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$8 \times 16{,}384 \times 8192 \times 1 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$32{,}768 \times 32 \times 1024 \times 1 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$4{,}096 \times 2{,}048 \times 128 \times 1 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$2 \times 64 \times 1024 \times 8912 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$4 \times 32 \times 512 \times 16384 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$8 \times 16 \times 255 \times 32768 = 1{,}073{,}741{,}824.$$
$$8 \times 512 \times 64 \times 4096 = 1{,}073{,}741{,}824.$$

Liczby te są rozłożone po kratkcah na kwadracie następuiącym:

1	8192	16384	8
128	1024	512	16
2048	64	32	256
4096	2	4	23768

w którym iloczyn liczb w iakimkolwiek kierunku czyni zawsze 1,073,741,824.

Rozłożenie wyrazów postępu ilorazowego po kratkach kwadratu maiącego za bok liczbę parzystą nierównie więcey pracy i cierpliwości, niżeli rozkładanie wyrazów postępu różnicowego wymaga, gdyż tu do trudności, jakiey przy rozkładaniu wyrazów postępu różnicowego doznajemy, przyczynia się ieszcze działanie mnożenia daleko niż dodawanie mozolnieysze.

§ VII. Maiąc ułożone kwadraty magiczne z liczb 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 i 16, i zapełnione ich kratki liczbami naturalnemi od 1 aż do 9, 16, 25, 36 i t. d. możemy według tych kwadratów iako wzorów zapełnić kratki kwadratów innemi liczbami także postęp różnicowy składającemi w ten sposób, iż summa dobranych iego wyrazów rozłożonych według kratek pionowych lub poziomych lub dwóch przekątnych da zawsze liczbę naznaczoną. I tak:

Zadanie 1wsze Zapełnić 9 kwadracików kwadratu z 3 wyrazami postępu różnicowego w ten sposób iżby summa trzech iego wyrazów w każdéy z kratek dawała liczbę 100.

Rozwiązanie. Ponieważ wyłożone powyżéy własności liczb zwyczaynych od 1 do 9, od 1 do 16, od 1 do 25 i t. d. składających postęp różnicowy, są wspólne wszystkim innym postępom różnicowym, których liczba wyrazów iest 49, 64, 81 i t. d. więc rozwiązanie tego zagadnienia polegać będzie na utworzeniu postępu różnicowego, maiącego dziewięć wyrazow, którychby summa czyniła trzy razy sto to iest 300, ponieważ każdéy z trzech kratek *np.* pionowych trzy liczby według zadania maią czynić 100, azatém trzy razy trzech kratak czyli dziewięciu kwadracików uczynią 300. Idzie więc o znalezienie wyrazów takowego postępu. W tym celu weźmy w pomoc dwie formuły algebraiczne, iednę na wyraz ostatni postępu różnicowego, drugą na summę iego wyrazów.

Oznaczywszy przez a pierwszy wyraz postępu różnicowego, przez z wyraz iego ostatni, przez w wykładnik stosunku różnicowego, nareszcie przez n liczbę iego wyrazów, będzie

$$z = a + w(n-1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Oznaczywszy zaś przez s summę wyrazów postępu będzie:

$$s = \left(\frac{a+z}{2}\right) n. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

ponieważ z zadania pokazuie się że $s = 300$, $n = 9$, więc dwie powyższe formuły zamienią się na następuiące:

$$z = a + 8w$$

$$300 = \left(\frac{a+z}{2}\right)9$$

naznaczywszy dla wyrazu pierwszego iakąkolwiek ważność liczebną *np.* 10, która to ważność iest dowolna, będzie:

$$z = 10 + 8w$$

$$300 = \left(\frac{10+z}{2}\right)9$$

z ostatniego wypadnie ważność dla $z = 56\frac{2}{3}$, więc pierwsze przeydzie na $56\frac{2}{3} = 10 + 8w$ i da ważność dla $w = 5\frac{5}{6}$.

Maiąc zatém wykładnik stosunku znaleziony $5\frac{5}{6}$, pierwszy wyraz postępu wyżéy naznaczony 10, nareszcie liczbę wyrazów postępu 9, utworzymy postęp różnicowy szukany:

$$\div\ 10.\ 15\tfrac{5}{6}.\ 21\tfrac{2}{3}.\ 27\tfrac{1}{3}.\ 33\tfrac{1}{3}.\ 39\tfrac{1}{6}.\ 45.\ 50\tfrac{5}{6}.\ 56\tfrac{2}{3}.$$

którego wyrazy, na wzór kwadratu maiącego za bok liczbę nieparzystą 3. powpisywawszy w kwadraciki otrzymamy następuiący kwadrat magiczny.

$15\frac{5}{6}$	$56\frac{2}{3}$	$27\frac{1}{2}$
45	$33\frac{1}{3}$	$21\frac{2}{3}$
$39\frac{1}{6}$	10	$50\frac{5}{6}$

w którym summa liczb każdéy z trzech pionowych, trzech poziomych i dwóch przekątnych kratek czyni 100.

Uwaga. Gdybyśmy na pierwszy wyraz postępu inną iaką liczbę *np*. 5 nie 10 obrali, równania wówczas powyższe (1), (2) zamieniłyby się na następuiące:

$$z = 5 + 8w$$

$$300 = \left(\frac{5+z}{2}\right)9$$

z których wypada ważność na $w = 7\frac{1}{12}$. a postęp różnicowy będzie taki:

$$\div\ 5.\ 12\tfrac{1}{12}.\ 19\tfrac{1}{6}.\ 26\tfrac{1}{4}.\ 33\tfrac{1}{3}.\ 40\tfrac{5}{12}.\ 47\tfrac{1}{2}.\ 54\tfrac{7}{12}.\ 61\tfrac{2}{3}.$$

którego wyrazy ułożywszy wiadomym sposobem otrzymamy kwadrat magiczny następuiący:

$12\frac{1}{12}$	$61\frac{2}{3}$	$26\frac{1}{4}$
$47\frac{1}{2}$	$33\frac{1}{3}$	$19\frac{1}{6}$
$40\frac{5}{12}$	5	$54\frac{7}{12}$

w którym summa liczb we wszystkich także kierunkach czyni 100.

Zadanie 2gie Zapełnić 16 kwadracików kwadratu z liczby 4, wyrazami postępu różnicowego, w ten sposób iżby summa cztérech iego wyrazów w każdym kierunku kratek dawała liczbę 250.

Rozwiązanie. Rozumuiąc podobnie iak w rozwiązaniu zadania poprzedzaiącego, w formułach

$$z = a + w\,(n-1)$$
$$s = \left(\frac{a+z}{2}\right) n$$

weźmy $n = 16$, $s = 1000$, a dla pierwszego wyrazu naznaczywszy ważność iakąkolwiek *np.* $a = 4$, będzie:

$$z = 4 + 15w$$
$$100 = \left(\frac{4+z}{2}\right) 16$$

z ostatniego otrzymamy $z = 121$, a tém samém z pierwszego $w = 7\frac{4}{5}$, tak więc 16 wyrazów szukanego postępu są:

$\div$ 4. $11\frac{4}{5}$. $19\frac{3}{5}$. $27\frac{3}{5}$. $35\frac{1}{5}$. 43. $50\frac{4}{5}$. $58\frac{3}{5}$. $66\frac{2}{5}$. $74\frac{1}{5}$. 82. $89\frac{4}{5}$. $97\frac{3}{5}$. $105\frac{2}{5}$. $113\frac{1}{5}$. 121.

które na wzór kwadratu maiącego za bok liczbę parzystą 4, uważaiąc w nim każdą z liczb zaymuiących ieden z 16 kwadracików za skaźnik mieysca, iakie odpowiadaiący wyraz dopiero znalezionego postępu zaymować powinien, powpisywawszy w kwadrat, otrzymamy następuiący kwadrat magiczny.

4	$113\frac{1}{5}$	$105\frac{2}{5}$	$27\frac{2}{5}$
$89\frac{4}{5}$	43	$50\frac{4}{5}$	$66\frac{2}{5}$
$58\frac{3}{5}$	$74\frac{1}{5}$	82	$35\frac{1}{5}$
$97\frac{3}{5}$	$19\frac{3}{5}$	$11\frac{4}{5}$	121

w którym liczby w czterech kratkach pionowych, czterech poziomych i dwóch przekątnych daią summę 250.

Uwaga. Wziąwszy za pierwszy wyraz postępu inną liczbę *np.* $a=10$, otrzymamy w tym razie ważność na wykładnik stosunku liczbę całkowitą $w=7$. a tém samém postęp będzie złożony z liczb całkowitych następuiących:

÷ 10. 17. 24. 31. 38. 45. 52. 59. 66. 73. 80. 87. 94. 101. 108. 115. którego wyrazy sposobem powyższym rozłożywszy po kratkach, będzie kwadrat magiczny następuiący;

10	108	101	31
87	45	52	66
59	73	80	38
94	24	17	115

gdzie summa liczb, w iakimkolwiek kierunku zawsze czyni 250.

Zadanie 3cie Zapełnić 25 kwadracików kwadratu z 5, wyrazami postępu różnicowego, w ten sposób, iżby summa pięciu iego wyrazów w każdym rzędzie kratek czyniła zawsze 50.

Rowiązanie. W formułach

$$z = a + w\,(n-1)$$

$$s = \left(\frac{a+z}{2}\right) n$$

uczyńmy $n = 25$, $s = 250$ gdyż w pięciu rzędach ma bydź po 50, a dla pierwszego wyrazu naznaczmy ważność dowolną *np.* $a = 1$, będzie ważność na $w = \frac{3}{4}$; więc 25 wyrazów szukanego postępu będą następuiące:

÷ 1. $1\frac{3}{4}$. $2\frac{1}{2}$. $3\frac{1}{4}$. 4. $4\frac{3}{4}$. $5\frac{1}{2}$. $6\frac{1}{4}$. $7\frac{3}{4}$. $8\frac{1}{2}$. $9\frac{1}{4}$. 10. $19\frac{3}{4}$. $11\frac{1}{2}$. $12\frac{1}{4}$. 13. $13\frac{3}{4}$. $14\frac{1}{2}$. $15\frac{1}{4}$. 16. $16\frac{3}{4}$. $17\frac{1}{2}$. $18\frac{1}{4}$. 19.

którego wyrazy sposobem wyżey wskazanym rozłożywszy po kratkach kwadratu, otrzymamy następuiący kwadrat magiczny;

$2\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{4}$	$5\frac{1}{4}$	$18\frac{1}{4}$	$8\frac{1}{2}$
$12\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{4}$	19	$9\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$
7	16	10	4	13
$16\frac{3}{4}$	$10\frac{3}{4}$	1	$13\frac{3}{4}$	$7\frac{3}{4}$
$11\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	$14\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{2}$

gdzie w każdym kierunku kratek summa wyrazów w kwadracikach będących czyni 50.

Uwaga. Gdybyśmy na pierwszy wyraz postępu obrali inną iaką liczbę *np.* $a = 2,8$, otrzymalibyśmy na wykładnik stosunku $w = 0,6$, a kwadrat magiczny byłby następuiący

4	14,2	6,4	16,6	8,8
11,8	7	17,2	9,4	4,6
7,6	14,8	10	5,2	12,4
15,4	10,6	2,8	13	8,2
11,2	3,4	13,6	5,8	16

w którym także summa we wszystkich kierunkach czyni 50.

Zadanie 4te Zapełnić 36 kwadracików kwadratu z sześciu, wyrazami postępu różnicowego w ten sposób, iżby summa sześciu iego wyrazów w każdéy kratce dawała liczbę 216.

Rozwiązanie. Wziąwszy w powyższych formułach (1), (2) $n=36$ $s=1296$ gdyż w sześciu rzędach kwadratu ma bydź po 216, a pierwszy wyraz *np.* $a=1$ otrzymamy na wykładnik stosunku $w=2$. a zatém 36 wyrazów szukanego postępu będą:

÷ 1. 3. 5. 7. 9. 11. . . . . 67. 69. 71.

które na wzór kwadratu maiącego za bok liczbę 6, uważaiąc w nim każdą z liczb zaymuiących ieden z 36 kwadracików za skaźnik mieysca, iakie odpowiadaiący wyraz dopiero znalezionego postępu zaymować powinien, powpisywawszy w kwadrat; otrzymamy następuiący kwadrat magiczny:

1	63	67	65	9	11
49	15	55	17	21	59
47	39	29	31	33	37
35	45	41	43	27	25
23	51	19	53	57	13
61	3	5	7	69	71

w którym summa liczb po kratach w iakimkolwiek kierunku branych czyni zawsze 216.

Zadanie 5*te* Zapełnić 36 kwadracików kw[illegible]atu z 6. wyrazami postępu różnicowego w ten sposób, iżby s[illegible]ma sześciu iego wyrazów w każdéy kratce czyniła zawsze 2.

Rozwięzuiąc to zadanie według powyższych formuł i naznaczywszy dla pierwszego wyrazu $a = \frac{1}{12}$ znaydziemy na wykładnik stosunku $w = \frac{1}{70}$. Rozłożywszy więc 36 wyrazów szukanego postępu po kratkach kwadratu na wzór kwadratu maiącego za bok liczbę 6. otrzymamy kwadrat magiczny następuiący:

$\frac{1}{12}$	$\frac{239}{420}$	$\frac{233}{420}$	$\frac{209}{420}$	$\frac{59}{420}$	$\frac{65}{420}$
$\frac{227}{420}$	$\frac{95}{420}$	$\frac{179}{420}$	$\frac{173}{420}$	$\frac{113}{420}$	$\frac{53}{420}$
$\frac{77}{420}$	$\frac{161}{420}$	$\frac{125}{420}$	$\frac{131}{420}$	$\frac{143}{420}$	$\frac{203}{420}$
$\frac{197}{420}$	$\frac{137}{420}$	$\frac{149}{420}$	$\frac{155}{420}$	$\frac{119}{420}$	$\frac{83}{420}$
$\frac{89}{420}$	$\frac{167}{420}$	$\frac{107}{420}$	$\frac{101}{420}$	$\frac{185}{420}$	$\frac{191}{420}$
$\frac{215}{420}$	$\frac{41}{420}$	$\frac{47}{420}$	$\frac{71}{420}$	$\frac{221}{420}$	$\frac{245}{420}$

w którym summa wyrazów w sześciu kratkach poziomych w sześciu pionowych i dwóch przekątni kwadratu równa się zawsze 2.

Podobnych zadań we[illegible] podanego tu sposobu, możnaby rozwiązać liczbę nieograniczoną.

§ VIII. *Wiadomość historyczna o kwadratach Magicznych.*

Kwadraty magiczne dla tego są tak nazwane, iż ich własność, którąśmy wyżéy wyłożyli, zdawała się bydź nadzwyczayna i nadprzyrodzona, zwłaszcza w czasach, w których matematycy naywięcéy o czarodzieystwo byli posądzani. Lubo kwadraty magiczne mogły bydź wynalazkiem zabobonnym i mniéy użytecznym, zwróciły iednak na siebie uwagę wielu sławnych matematyków; nie dla tego, ażeby z nich szukano iakiego użytku, lecz ze względu trudności, iakiéy przy ich układaniu doświadczano.

Emmanuel Moschopulus w czternastym wieku żyiący, pierwszy ze znanych, zostawił rękopism w języku greckim o kwadratach magicznych, który *de la Hire* przełożył na język francuzki i dwa bardzo dowcipne sposoby tworzenia tychże kwadratów, gdy pierwiastek iego iest nieparzysty, w pamiętniku Akademii paryzkiéy r. 1705. umieścił.

Bachet de Mesiriac członek Akademii paryzkiéy, wyprowadził ogólny sposób ułożenia kwadratów nieparzystych, który umieścił w swoich zabawach matematycznych pod tytułem *Problémes plaisans et délectables, qui se font par les nombres.* Lyon in 8º r. 1613

De Frénicle członek paryzkiéy Akademii nauk, znany z swéy łatwości w rozwięzywaniu naytrudnieyszych zadań arytmetycznych daléy ieszcze swe badania nad kwadratami magicznemi posunął. Nie tylko że wynalazł nowe sposoby tworzenia tychże kwadratów z liczb nieparzystych, lecz nawet usiłował wyprowadzić ogólny sposób ułożenia kwadratu, gdy iego bok iest parzysty. Nie mógł iednak w tym razie wynaleść stałego prawidła. Pomiędzy wielu iego dowcipnemi pomysłami znayduiemy kwadrat magiczny z liczby parzystéy 16, który 880 razy może bydź ułożony. Pracę tę po iego śmierci *de la Hire* w dawnych pamiętnikach Akademii w Tomie V. r. 1693. umieścił.

De la Loubère w *Relation de Siam* tomie II. r. 1687 mówi, iż kwadraty magiczne znane są w Indyach, a szczególniéy w Suracie, przywodzi nawet sposób, iakiego uczeni tego kraiu używaią, lecz tylko na przypadek pierwiastku kwadratu nieparzystego.

X. Poignard kanonik bruxelski wydał dzieło 1703 roku o kwadratach magicznych, które nazywa *Sublimes*. Znayduiemy w tém dziele wiele sposobów tworzenia kwadratu bardzo dowcipnych i wielom nieznanych nowości. Dotąd rozkładano tylko wyrazy postępu liczb naturalnych, lecz on posunął daléy swe badania. Brał tyle liczb iakichkolwiek do układania kwadratu, ile miał w sobie iedności pierwiastek danego kwadratu, które tak po kratkach porozkładał, iż w żadnym kiérunku taż sama liczba się niepowtarzała, a tém samém we wszystkich kratkach summa liczb była taż sama.

Podobny kwadrat można widzieć na figurze następuiącéy.

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
5	1	2	3	4
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3

gdzie summa wszędzie czyni 15. bo w każdéy kratce są też same liczby; lecz nigdzie dwa razy taż sama się nie znayduie.

Sposób ułożenia takiego kwadratu podaie bardzo łatwy. I tak niech będą iakiekolwiek liczby *np.* 26, 15, 13, 9, 23, 8, 71. Wykreśliwszy kwadrat podzielony na 49 równych kwadracików, piszą się liczby w pierwszéy kratce *np.* poziomey porządkiem danym; następne zaś kratki zaczynaią się zawsze od trzeciego wyrazu następuiącego po wyrazie ostatnim poprzedzaiącéy kratki. Tym więc sposobem ułożywszy liczby dane otrzymamy nastąpuiący kwadrat.

26	15	13	9	23	8	71
13	9	23	8	71	26	15
23	8	71	26	15	13	9
71	26	15	13	9	23	8
15	13	9	23	8	71	26
9	23	8	71	26	15	13
8	71	26	15	13	9	23

De la Hire naywięcéy korzystał z téy pracy i wyprowadził bardzo wiele pięknych uwag nad kwadratami magicznemi tak nieparzystemi iako i nad parzystemi, a które są umieszczone w *Histoire de l'Academie Royale des sciences* 1705.

Saurin pracował także w tym przedmiocie i swoie badania umieścił w teyże Historyi Akademii roku 1710.

Ons—en brai w roku 1750. podał nową me
parzyste.

Des—Ourmes podał także swoie uwagi nad temiż kwadratami, które się znayduią w tomie IV. *Mémoires des savans étrangers.*

Oprócz tych znayduią się ieszcze traktaty o kwadratach magicznych w następnych dziełach.

Acta Lips. 1686.
Arithmetica integra Stifelii.
Deliciae physycomath. przez *Schwentera.*
Arithmologia przez *Kirchera.*
Elémens d'Algébre przez *Presteta.*
Récréations math. przez *Ozanam.*
Specimen calculi flux. przez *Meermann.*